

Exercice 1 : écoulement de sang dans une artère

Bac 2025 Amérique du nord Jour 2 Secours

Les artères carotidiennes constituent les principales voies de transport du sang vers le cerveau. Une sténose correspond à un rétrécissement ou à une obstruction partielle d'une artère. Elle peut entraîner de graves problèmes, comme des accidents vasculaires cérébraux (AVC), lorsque le cerveau n'est plus suffisamment alimenté en dioxygène.

Le premier objectif de cet exercice est d'évaluer, par échographie Doppler, la vitesse d'écoulement du sang dans une artère partiellement obstruée. Dans un second temps, il s'agit de modéliser cet écoulement afin d'évaluer l'importance de l'obstruction.

1. Échographie Doppler

Un émetteur-récepteur à ultrasons permet d'étudier les vaisseaux sanguins. Les ondes ultrasonores émises sont partiellement réfléchies par les tissus environnants, mais aussi par les globules rouges présents dans le sang.

Lorsque l'écoulement sanguin est observé, on constate un décalage entre la fréquence émise f_E et la fréquence reçue f_R . La différence : $\Delta f = f_R - f_E$ appelée décalage Doppler, permet de mesurer la vitesse de l'écoulement sanguin et fournit ainsi des informations importantes pour le diagnostic médical.

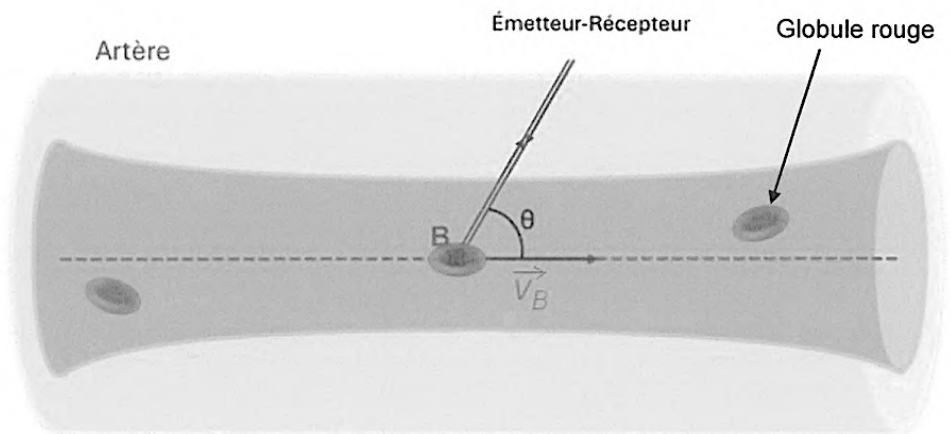


Figure 1 : Mesure de décalage Doppler dans un écoulement sanguin

1. Expliquer pourquoi on observe un décalage de fréquence lorsqu'un écoulement sanguin est visé.
2. À l'aide de vos connaissances, justifier que le décalage Doppler Δf est positif dans la situation de la figure 1.

Données :

- fréquence de l'onde émise : $f_E = 5,0 \text{ MHz}$
- célérité de l'onde ultrasonore dans les milieux considérés : $c = 1,5 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
- expression du décalage Doppler en fonction de la vitesse v de l'écoulement, de la célérité c de l'onde, de la fréquence émise f_E ainsi que de l'angle θ défini sur la figure 1 : $\Delta f = 2f_E \cos \theta \cdot \frac{v}{c}$

Après une échographie de la zone sténosée d'une artère, le décalage Doppler mesuré vaut : $\Delta f = 7,0 \text{ kHz}$ pour un angle : $\theta = 60^\circ$

3. Vérifier que la valeur de la vitesse v_B de l'écoulement au sein de la sténose vaut approximativement : $v_B = 2,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

On représente la situation d'étude dans un cas simple où le fluide traverse d'abord une section S_A , puis, au niveau du rétrécissement, une section S_B .

On modélise la situation dans le cadre d'un écoulement de sang incompressible et en régime permanent.

Données :

- le débit volumique D_v est défini en fonction de la vitesse de l'écoulement v et de la section S par : $D_v = v \cdot S$

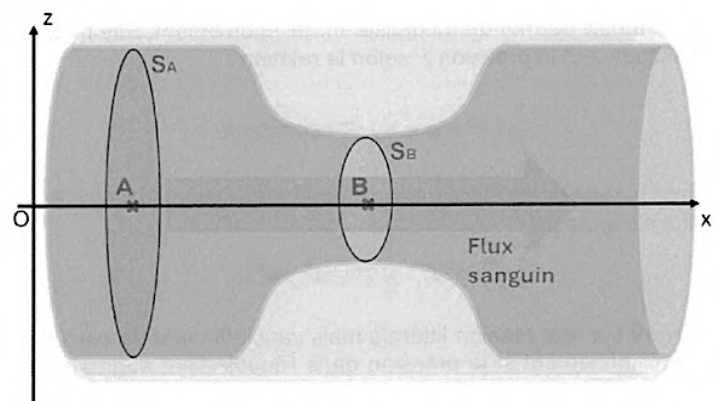


Figure 2. Schéma d'une artère sténosée.

- section d'une artère carotide avant rétrécissement : $S_A = 1,9 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
- débit volumique dans une artère carotide : $D_v = 1,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

4. À l'aide des données, calculer la vitesse v_A de l'écoulement au point A.

Les différents niveaux de rétrécissement peuvent être identifiés en comparant la section de l'artère au niveau de la sténose S_B à la section de l'artère hors de la sténose S_A , comme indiqué dans le tableau 1.

Stade de sténose	Rapport d'ouverture $\frac{S_B}{S_A}$	Mesures médicales préconisées
Légère	$\frac{S_B}{S_A} > 0,36$	Contrôles réguliers Alimentation saine et arrêt du tabac Exercice physique
Modérée	$0,16 < \frac{S_B}{S_A} < 0,36$	Sans symptôme : traitement médical Avec symptômes : traitement chirurgical
Sévère	$\frac{S_B}{S_A} < 0,16$	Chirurgie nécessaire Risque élevé d'AVC

Tableau 1. Tableau regroupant les stades de sténose et les mesures indiquées.

Donnée : vitesse de l'écoulement au sein du rétrécissement : $v_B = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

5. En considérant que le débit volumique D_v est conservé entre les points A et B, déterminer, à l'aide des données, la valeur du rapport : $\frac{S_B}{S_A}$ pour l'artère au niveau de la sténose. Indiquer ensuite les mesures médicales préconisées.

La relation de Bernoulli permet de modéliser cet écoulement. Elle relie la vitesse v , l'altitude z et la pression P selon la relation : $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz + P = \text{constante}$

6. Montrer que la relation de Bernoulli appliquée entre les points A et B de la figure 2 peut s'écrire :

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2)$$

7. En s'appuyant sur l'expression littérale précédente, mais sans effectuer de calcul, préciser si la pression augmente ou diminue entre les points A et B. Justifier.

Donnée : masse volumique du sang humain : $\rho = 1,1 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

8. À l'aide des données, calculer la valeur de la différence de pression : $P_A - P_B$