

Exercice 1 : la balance capacitive

(Bac 2022 Centres étrangers jour 2)

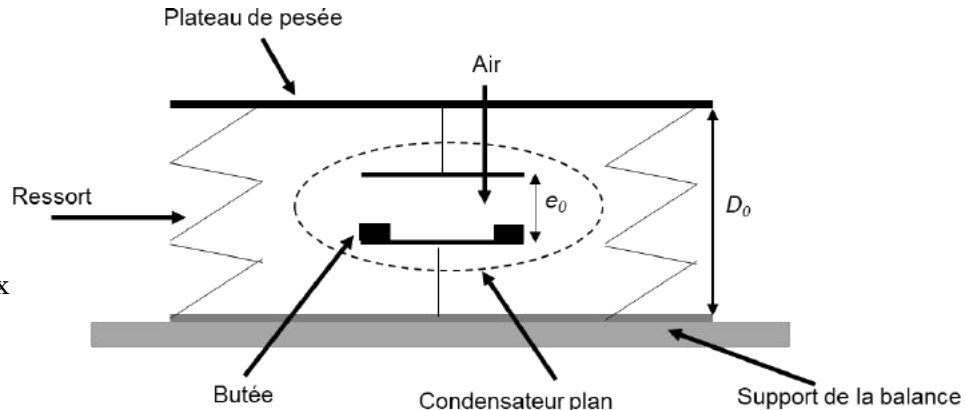
Dans la vie quotidienne, certaines balances électroniques utilisent un capteur à capacité variable afin de mesurer la masse des objets. Pour comprendre le fonctionnement d'un tel dispositif, on envisage dans cette partie une modélisation très simplifiée dans laquelle la balance est modélisée par un condensateur comportant une armature mobile reliée au plateau de pesée et une armature fixe reliée au support de la balance.

1.1.1.1.1 Modélisation simplifiée d'une balance de laboratoire

Le modèle étudié est schématisé ci-contre.

Lorsque la balance est à vide (sans masse sur le plateau), la distance entre les deux armatures est notée e_0 .

Lorsqu'un objet de masse M est posé sur le plateau de pesée, les armatures du condensateur se rapprochent, modifiant alors la valeur de sa capacité C . Les deux armatures ne peuvent pas entrer en contact grâce à la présence de petites butées de taille négligeable devant e_0 .

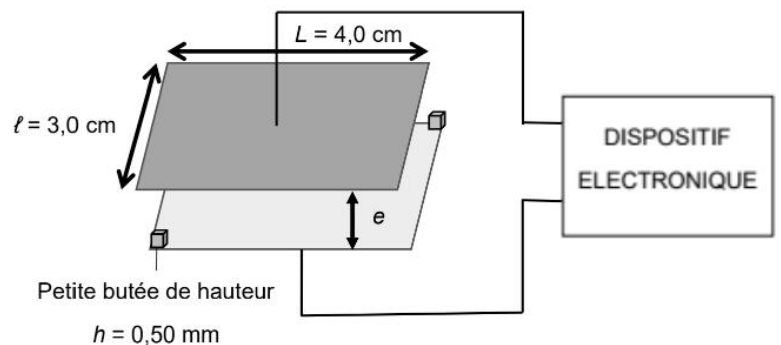


La mesure de la capacité C par un dispositif électronique permet alors de déterminer la masse M de l'objet.

Capacité d'un condensateur plan

On admet que la capacité du condensateur plan décrit ci-dessus s'écrit : $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{e}$ avec :

- C : capacité du condensateur en Farad (F);
- S : superficie des armatures;
- ϵ_0 : permittivité diélectrique du vide
 $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$;
- ϵ_r : permittivité diélectrique relative de l'isolant entre les armatures. Pour l'air : $\epsilon_r = 1,0$;
- e : distance entre les 2 armatures ;
- $e_0 = 1 \text{ cm}$.

**1. Domaine d'utilisation de la balance**

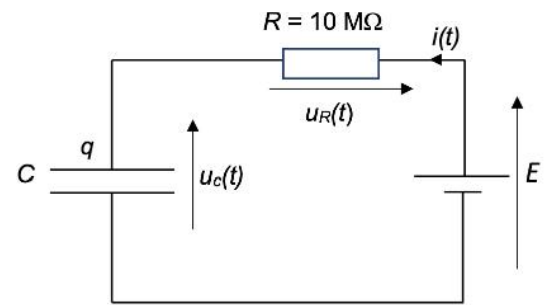
- 1.1.** Déterminer la valeur de la capacité C_0 du condensateur lorsque la balance est à vide. On suppose que $\epsilon_r = 1,0$. Commenter.
- 1.2.** Préciser si la capacité du condensateur augmente ou diminue lorsque l'on place une masse sur le plateau. Justifier qualitativement la réponse.
- 1.3.** Lorsqu'un objet de masse M est posé sur le plateau, la distance entre le plateau et le support passe de D_0 à D et le plateau exerce sur l'objet une action modélisée par une force $\vec{F}$ dirigée vers le haut. La valeur de cette force est donnée par la relation :

$$F = k(D_0 - D), \text{ avec } k = 980 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

- 1.3.1.** L'objet de masse M étant à l'équilibre sur le plateau, vérifier que, connaissant la distance D entre le plateau et le support, on peut déduire M par la relation : $M = \frac{k}{g}(D_0 - D)$
où g est l'intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- 1.3.2.** En admettant que l'armature mobile du condensateur se déplace de la même distance que le plateau lorsqu'un objet de masse M est posé sur celui-ci, calculer la masse maximale que peut mesurer cette balance.

2. Mesure de la masse à peser

Pour déterminer la valeur de la capacité C du condensateur et en déduire la valeur de la masse immobile sur le plateau, on étudie la charge du condensateur à partir du circuit ci-dessous. À l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé ; on applique alors au circuit la tension E .



2.1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur peut s'écrire : $RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$

2.2. Déterminer l'expression de τ en fonction de R et de C pour que la fonction

$u_C(t) = E \times (1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$ soit solution de l'équation différentielle précédente.

On enregistre les valeurs de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours du temps pour deux masses M_1 et M_2 différentes. Les courbes sont fournies en annexe (graphique 1).

2.3. Pour quelle courbe, 1 ou 2, du graphique 1, la valeur de la capacité du condensateur est-elle la plus élevée ? Justifier.

2.4. En exploitant les graphiques 1 et 2, déterminer la valeur de la masse pesée M_2 . La méthode utilisée devra être précisée sur les graphiques fournis ci-dessous.

Graphique 1. Évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps, pour 2 masses différentes. La courbe 1 correspond à une masse M_1 et la courbe 2 à une masse M_2 .

