14. Mécanique des fluides

Activités

p. 404 à 407

① Poussée d'Archimède

1. La norme du poids du solide est égale à la force indiquée par le dynamomètre. Sa masse est égale au quotient de la norme du poids par g.
On doit trouver une masse volumique de l'eau proche de $1{,}0 \times 10^3$ kg·m^{-3}.
2. a. On peut faire un tableau de mesures.
b. Dans le référentiel terrestre galiléen, le solide est en équilibre et $\vec{P} + \vec{F} + \vec{A} = \vec{0}$ donc $A = Mg - F$.
On calcule, à partir des mesures expérimentales, la valeur de $Mg - F$ et celle de ρVg et on vérifie qu'elles coïncident.
c. On raisonne comme à la question **b**.
d. Il y a une force exercée par le solide sur l'eau, et cette force est dirigée vers le bas car $m_4 > 0$. La troisième loi de Newton (principe d'action-réaction) permet d'en déduire que l'eau exerce une force dirigée vers le haut sur le solide.

Bilan

- Le volume immergé V_i est égal au volume V du solide.
- Grâce aux résultats des questions **2c** et **2d** :

$$\vec{A} = \rho V_i g\vec{k}$$

- Le plateau de la balance exerce sur l'éprouvette une force égale à l'opposé du poids $\vec{P}_{\text{épr,eau}}$ de l'éprouvette et de l'eau qu'il contient (au moment où on appuie sur tare) augmenté de $m_4 g\vec{k}$. Le système {éprouvette ; eau ; solide} est en équilibre. On peut donc écrire :

$$-\vec{P}_{\text{épr,eau}} + m_4 g\vec{k} + F\vec{k} + \vec{P}_{\text{épr,eau}} - Mg\vec{k} = \vec{0}$$

donc $m_4\vec{g} = (F - Mg)\vec{k} = -\vec{A}$.

② Écoulement d'un fluide

1. a. On fait le tableau de mesures. On doit constater une diminution du débit car la hauteur de la colonne d'eau diminue.
b. On mesure Δt_{eau} et on calcule $D_{V,\text{eau}} = \dfrac{V}{\Delta t_{\text{eau}}}$
avec $V = 10$ mL.
c. On mesure Δt_{huile} et on calcule $D_{V,\text{huile}} = \dfrac{V}{\Delta t_{\text{huile}}}$
avec $V = 10$ mL. On doit constater $D_{V,\text{huile}} < D_{V,\text{eau}}$.
2. a. La loi de la statique des fluides incompressibles entre A et B s'écrit : $P_A - P_{B,s} = \rho_{\text{eau}} g(0 - H_s)$
donc $P_{B,s} = P_0 + \rho_{\text{eau}} g H_s$. On calcule sa valeur.
En appliquant la même loi entre le point à la surface du tube et le point B, on obtient $P_{B,s} = P_0 + \rho_{\text{eau}} g h_s$
donc $H_s = h_s$ (c'est le principe des vases communicants).
b. On calcule $D_V = \dfrac{V}{\Delta t}$ avec $V = 10$ mL.
En appliquant la loi de la statique des fluides entre le bas et le haut du tube : $P_{B,d} = P_0 + \rho_{\text{eau}} g h_d$
On doit vérifier que $h_d < h_s$ donc $P_{B,d} < P_{B,s}$.

Bilan

- La première expérience du protocole 1 prouve que le débit volumique dépend de la hauteur d'eau dans le réservoir.
La deuxième expérience du protocole 1 prouve que le débit volumique dépend de la nature du fluide (l'huile est visqueuse).
- Dans la 2^e expérience du protocole 2, la loi de la statique des fluides appliquée dans le tube prouve que la pression dépend de l'altitude. Dans les deux expériences du protocole 2, on observe que $h_d < h_s$ donc $P_{B,d} < P_{B,s}$, ce qui prouve que la pression dépend de la vitesse du fluide.

③ Relation de Bernoulli

****

Complément **:** démonstration de la loi admise.
Après simplification des pressions et en négligeant le terme en v_A^2 devant celui en v_B^2, on obtient :

$\dfrac{\rho v_B{}^2}{2} = \rho g(z_A - z_B) = \rho gH$ donc $v_B = \sqrt{2gH}$.

La deuxième loi de Newton appliquée à la particule de fluide soumise à son poids dans le référentiel galiléen terrestre donne : $\vec{P} = m\vec{a}$

donc $m\vec{g} = m\vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$

donc $\dfrac{d^2x}{dt^2}(t) = 0$ et $\dfrac{d^2z}{dt^2}(t) = -g$

donc $\dfrac{dx}{dt}(t) = v_B$ et $\dfrac{dz}{dt}(t) = -gt$

et enfin, $x(t) = v_B t$ et $z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2$.

En exprimant $t = \dfrac{x}{v_B}$ et en remplaçant, on obtient :

$$z = -\frac{g}{2v_B^2}x^2$$

Le point K est le point de la trajectoire d'altitude $z_K = -h$

donc $-h = -\dfrac{g}{2v_B{}^2}x_K{}^2$ et $x_K = \sqrt{\dfrac{2v_B{}^2 h}{g}} = 2\sqrt{Hh}$.

****

1. On mesure H, h et p, éventuellement plusieurs fois et on vérifie l'accord avec la loi fournie. H diminue au cours du temps donc la portée diminue.
2. Après simplification des pressions et en négligeant le terme en v_A^2 devant celui en v_B^2, on obtient :

$\dfrac{\rho v_B{}^2}{2} = \rho g(z_A - z_B) = \rho gH$ donc $v_B = \sqrt{2gH}$.

3. a. On remplit le tableau.
b. On doit obtenir une droite passant par l'origine, de coefficient directeur proche de $\sqrt{2g} = 4{,}4$ m$^{1/2}$·s^{-1}.

Bilan

- La vitesse v_A s'identifie à la vitesse de descente du niveau de l'eau dans le réservoir, elle est très petite devant la vitesse v_B. On peut l'estimer en mesurant en combien de temps le niveau de l'eau dans le réservoir diminue de 1 cm (de l'ordre de la seconde, donc v_B est de l'ordre du centimètre par seconde, alors que v_A est de l'ordre du mètre par seconde).
- L'huile est visqueuse, l'énergie mécanique de la particule d'huile n'est pas constante, il y a des frottements à l'écoulement.

④ Effet de portance

1. a. Les lignes de courant sont parallèles entre elles. La section droite reste constante au cours de l'écoulement. Par conservation du débit volumique, la vitesse reste donc constante, donc par application de la relation de Bernoulli, $P_B = P_A = P_0$.
b. La force pressante est donc dirigée vers le haut et vaut : $F_i = P_0S = P_0Ld = 2{,}0$ MN
2. a. On mesure $h_C = 1{,}0$ cm donc $S_C = 0{,}080$ m^2 et de même, $h_D = 0{,}7$ cm donc $S_D = 0{,}056$ m^2.
b. La relation s'écrit : $v_CS_C = v_DS_D$
donc $v_D = \frac{S_C}{S_D}v = 1{,}4 \times 10^2$ m·s^{-1}.
c. La relation de Bernoulli donne :
$P_D = P_C + \rho(v^2 - v_D^2) = 9{,}0 \times 10^4$ Pa
d. La force pressante est donc dirigée vers le bas et vaut $F_e = P_DS = P_DLd = 1{,}8$ MN.
3. La somme des forces est dirigée vers le haut, comme une force qui porterait l'aile.

Bilan
- Le resserrement des lignes de courant au-dessus de l'aile entraîne la diminution de l'aire de la section, donc l'augmentation de la vitesse, donc la diminution de la pression : c'est l'effet Venturi.
- La dépression au-dessus et l'absence de dépression en dessous de l'aile assurent la portance.
- La force de portance vaut (il y a deux ailes) :
$F = 2(F_i - F_e) = 4{,}0 \times 10^5$ N
Le poids de l'avion vaut $P = Mg = 1{,}5 \times 10^5$ N donc la portance est assurée, elle peut même assurer la montée en altitude de l'avion.

Exercices

*Exercices **1** à **16** corrigés à la fin du manuel de l'élève.*

*Exercices **17** à **20** corrigés dans le manuel de l'élève.*

21 Notons P_0 la pression atmosphérique loin de la maison, en A et C. Les lignes de courant se resserrent au-dessus du toit de la maison. Il y a donc une dépression de l'air au-dessus des tuiles par effet Venturi entre C et D : $P_D < P_0$. L'application de la relation de Bernoulli sur la ligne de courant horizontale qui entre dans la maison donne, en supposant que la vitesse de l'air est nulle en B et en notant v la vitesse du vent loin de la maison :

$$P_B = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_C{}^2 > P_0$$

Donc la pression de l'air à l'intérieur de la maison est supérieure à P_0. La force pressante de l'air en dessous des tuiles est donc supérieure à celle de l'air au-dessus des tuiles : celles-ci risquent donc de s'envoler.

*Exercice **22** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

23 1. $V = c^3 = 3{,}0 \times 10^{-5}$ m^3
et $\rho_{pp} = \frac{m}{V} = 9{,}0 \times 10^2$ kg·m^{-3}
2. a. Le poids $\vec{P}$ est vertical dirigé vers le bas et $P = mg = 0{,}26$ N.
La poussée d'Archimède $\vec{A}$ est verticale dirigée vers le haut et $A = \rho_{eau}Vg = 0{,}29$ N.
b. $A > P$ donc le cube remonte.

*Exercice **24** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

25 Première erreur : il faut convertir les unités :
$D_V = \frac{V}{\Delta t} = \frac{12 \times 10^{-3}}{60} = 2{,}0 \times 10^{-4}$ m^3·s^{-1}
Deuxième erreur : la formule est inversée :
$v = \frac{D_V}{A} = \frac{2{,}0 \times 10^{-4}}{12 \times 10^{-4}} = 0{,}17$ m·s^{-1}

*Exercice **26** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

27 La relation de Bernoulli s'écrit :

$$P_0 + \frac{\rho_{eau}v_A{}^2}{2} + \rho_{eau}gz_A = P_0 + \frac{\rho_{eau}v_B{}^2}{2} + \rho_{eau}gz_B$$

donc $v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} = 1{,}5$ m·s^{-1}.

*Exercice **28** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

29 a. $v_A = \frac{D_V}{S_A} = 1{,}3$ m·s^{-1} et $v_B = \frac{D_V}{S_B} = 5{,}0$ m·s^{-1}
b. $P_B = P_A + \frac{\rho(v_A{}^2 - v_B{}^2)}{2} = 8{,}0 \times 10^4$ Pa
c. C'est l'effet Venturi.

*Exercices **30** et **31** corrigés dans le manuel de l'élève.*

32 L'aire de la section à travers laquelle l'air passe est plus petite au niveau du détroit de Gibraltar. La loi de conservation du débit volumique entraîne que la vitesse de l'air augmente au niveau du détroit (c'est un « vent de couloir ») : les vents sont rapides à Tarifa.

33 a. $\vec{A}$ est verticale dirigée vers le haut et $A = \rho_{air\ frais}Vg = 26{,}5$ kN.
b. À l'équilibre, $P = A = 26{,}5$ kN
donc $m_{totale} = \frac{A}{g} = 2{,}7 \times 10^3$ kg.
c. Par différence, $m_{ac} = m_{totale} - m = 2{,}2 \times 10^3$ kg
donc $\rho_{ac} = \frac{m_{ac}}{V} = 1{,}0$ kg·m^{-3}.
d. $T = \frac{1{,}0 \times 10^5 \times 29 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 8{,}3} = 350$ K

34 Lorsque le filet d'eau glisse sur le dos de la cuillère, l'aire de la section droite de l'écoulement diminue donc, d'après la relation de Bernoulli, sa pression diminue, devient inférieure à la pression atmosphérique, ce qui provoque son aspiration par effet Venturi.

35 1. a. En appliquant la relation de Bernoulli (les hypothèses sont bien vérifiées) entre A et B, on a : $P_A = P_0$, $v_A = 0$ et $z_A = H - h$ et lorsque le robinet B est ouvert, $P_B = P_0$

donc $P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H + h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_B{}^2 + \rho g \times 0$

donc $v_B = \sqrt{2g(H-h)}$.

On en déduit : $D_{V,B} = v_B S = s\sqrt{2g(H-h)}$.

b. Le débit vaut $D_{V,B} = \frac{V}{\Delta t_B}$ donc $2g(H - h) = \frac{V^2}{s^2 \Delta t_B{}^2}$

et $h = H - \frac{V^2}{2gs^2\Delta t_B{}^2} = 45$ m.

c. On entre les valeurs de H et h dans le simulateur et on vérifie le résultat.

2. a. On doit obtenir un débit proche de :
$D_{V,C} = 3{,}8 \times 10^{-4}$ m^3·s^{-1} = 0,38 L·s^{-1}

b. Le remplissage du seau dure donc $\Delta t_C = \frac{V}{D_{V,C}} = 13$ s.

3. a. $P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H - h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_D{}^2 + \rho g H$

donc $v_D{}^2 = -2gh < 0$.

b. Un carré ne peut être négatif : l'eau ne coule donc pas par le robinet D.

36 a. Le volume d'une coupelle vaut $\frac{2}{3}\pi r_{ext}{}^3 - \frac{2}{3}\pi r_{int}{}^3$.

On vérifie que la masse $\frac{2}{3}\rho\pi(r_{ext}{}^3 - r_{int}{}^3)$ vaut 1,00 kg dans chaque cas.

b. La norme de la poussée d'Archimède est égal au poids de l'eau déplacée, soit $A = \rho_{eau} \times \frac{2}{3}\pi r_{ext}{}^3 g$.

On calcule les trois valeurs :
$A_1 = 0{,}865$ N $\quad A_2 = 2{,}57$ N $\quad A_3 = 12{,}6$ N

Le poids de chaque coupelle vaut $mg = 9{,}8$ N.
Seule la troisième coupelle remonte et flotte.

37 L'air chaud possède une masse volumique inférieure à celle de l'air frais. Une particule d'air chaud va donc s'élever sous l'action de la poussée d'Archimède. L'air frais va prendre sa place à la base de la paroi, et l'air chaud redescendra à sa place. Le bon schéma est donc celui de la figure 1.

38 a. $P_A + \frac{1}{2}\rho_{air} \times 0^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2$

donc $P_A = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2$.

b. $P_B + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2$ donc $P_B = P_0$.

c. $P_{A'} + \frac{1}{2}\rho_{Hg} \times 0^2 + \rho_{Hg} g z_{A'} = P_{B'} + \frac{1}{2}\rho_{Hg} \times 0^2 + \rho_{Hg} g z_{B'}$

donc $P_{A'} - P_{B'} = \rho_{Hg} g h$.

d. On en déduit $P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2 - P_0 = \rho_{Hg} g h$

donc $\frac{1}{2}\rho_{air}v^2 = \rho_{Hg} g h$ et $v = \sqrt{2\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{air}} gh} = 130$ m·s^{-1}.

39 a. La relation de Bernoulli prouve que tant qu'on peut tracer une ligne de courant entre E et S, donc tant que le siphon est rempli d'eau, la vitesse de sortie de l'eau en S est non nulle. Elle est donnée par la loi de Torricelli, si on peut considérer la vitesse en surface assez faible pour qu'on soit en régime permanent et pour qu'on puisse la négliger devant celle en E.

Lorsque le niveau de l'eau atteint et passe en dessous de $\frac{H}{3}$, le siphon se désamorce, il se vide de son eau et on se retrouve à la figure a.

b. Lorsque la hauteur d'eau dans le verre atteint $\frac{2H}{3}$, le siphon s'amorce et la vidange commence (figure c). Le verre ne peut donc pas contenir une hauteur supérieure à $\frac{2H}{3}$ sans se vider.

c. En voulant remplir le verre le plus possible (tentation), le verre se vide (assèchement).
Tantale est une figure de la mythologie : fils de Zeus, il fut condamné à supporter la faim et la soif pour l'éternité. Lorsqu'il s'approchait d'un fruit, il se transformait en pierre, lorsqu'il s'approchait d'une source, elle disparaissait. Ainsi, ce vase se vide quand on veut trop le remplir.

*Exercice **40** corrigé à l'adresse* hatier-clic.fr/pct422

41 La figure des lignes de courant est vue du dessus. L'air allant de droite à gauche dans le référentiel du ballon, le ballon va de gauche à droite dans le référentiel de l'air immobile et donc dans celui du stade. Le tireur est donc à gauche. On adopte son point de vue dans ce qui suit.
Les lignes de courant se resserrent sur la figure à gauche du ballon et s'écartent à droite. L'effet Venturi crée donc une dépression à gauche et une surpression à droite. La somme des forces pressantes sur le ballon fera donc dévier le ballon vers la gauche. C'est bien ce qu'on voit sur le dessin de la scène : l'effet permet de contourner le mur et de marquer le but.

42 1.1. $\vec{P} = \rho_{glace} SH\vec{g}$ et $\vec{A} = -\rho_{eau\ de\ mer} Sh\vec{g}$

1.2. À l'équilibre de l'iceberg : $\vec{P} + \vec{A} = \vec{0}$

donc $P = A$ et $\frac{h_g}{H_g} = \frac{\rho_{glace}}{\rho_{eau\ de\ mer}} = 0{,}898$.

1.3. $\frac{V_i}{V_g} = \frac{Sh_g}{SH_g} = 0{,}898$

1.4. Le volume émergé de l'iceberg valant environ 10 % du volume total, il est possible qu'un éperon de glace soit caché sous la surface de l'eau. Le capitaine aurait donc dû passer beaucoup plus loin de l'iceberg. L'éperon de glace est assez solide pour résister à l'impact avec la coque du navire, et si le navire passe vite, l'éventration est possible.

2.1. $\vec{P} = (M + \rho_{eau\ de\ mer} Sh)\vec{g}$

2.2. $\vec{A} = -\rho_{eau\ de\ mer} SH\vec{g}$

2.3. $A > P$ nécessite $h < H - \frac{M}{\rho_{eau\ de\ mer} S} = 12$ m.

3.1. Par application de la relation de Bernoulli :

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{eau de mer}} v_A{}^2 + \rho_{\text{eau de mer}} g \times 0$$
$$= P_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{eau de mer}} v_C{}^2 + \rho_{\text{eau de mer}} g(-U)$$

soit $v_C = \sqrt{2gU}$ = 14 m·s^{-1}.
3.2. $D_V = v_C S$ = 25 m^3·s^{-1}

3.3. $V(t) = D_V t$ soit $Sh(t) = D_V t$ donc $h(t) = \frac{D_V}{S}t$.

3.4. On résout l'équation $h(t) = h_{max}$

donc $t = \frac{Sh_{max}}{D_V}$ = 1,9 × 10^3 s soit environ 32 min.

43 1.1. La conservation de l'aire de la section et celle du débit entraînent celle de la vitesse.
1.2. L'application de la relation de Bernoulli entre C et B donne :

$$P_C + \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} v_C{}^2 + \rho_{\text{eau}} g z_C = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} v_S{}^2 + \rho_{\text{eau}} g \times 0$$

donc $P_C = P_0 - \rho_{\text{eau}} g z_C$ = 0 Pa.
1.3. La cavitation crée des bulles de vapeur qui perturbent l'écoulement.
2. Cette fois-ci, la relation entre les vitesses s'écrit $Sv_C = \frac{S}{4}v_S$ donc $v_C = \frac{v_S}{4}$.

Dans la relation de Bernoulli, la pression en C est donc plus importante et la cavitation peut être empêchée.

44 1. $S_E = \pi\,\frac{R^2}{4}$

2. $S_S = 2\pi R \times h = \pi\,\frac{R^2}{5}$

3. La loi de conservation du débit donne $v_E S_E = v_S S_S$

donc $v_S = v_E\,\frac{S_E}{S_S} = \frac{5}{4}v_E$.

4. Considérons la ligne de courant joignant un point de la surface rouge d'entrée et un point de la surface verte de sortie. Dans la partie horizontale entre les deux plaques, la vitesse en tout point est supérieure à la vitesse d'entrée v_E. On en déduit que la pression est inférieure à la pression d'entrée par application de la relation de Bernoulli (effet Venturi). Si on suppose que $P_E = P_0$ (pression atmosphérique), alors la norme de la force pressante de l'air entre les deux plaques sur la plaque (U) est inférieure à celle de l'air en dessous de (U).
La somme des forces pressantes est donc dirigée vers le haut, d'où l'aspiration.