Dynamique d'un système électrique

« La pensée n'est qu'un éclair dans une longue nuit, mais c'est un éclair qui est tout. » Poincaré

1 Notations en régime continu et variable

En électricité, on distingue deux types de régimes :

- un régime continu, dans lequel les tensions et les intensités restent constantes au cours du temps ;
- un régime variable, dans lequel ces grandeurs évoluent au cours du temps.

Par convention, on note souvent :

- en minuscules (u(t) , i(t)) les grandeurs variables ;
- en majuscules (U, I) les grandeurs constantes.

2 Rappels d'électricité

2.1 Tension

La tension u, mesurée entre les points A et B d'un dipôle, est une grandeur algébrique exprimée en volt (V).

Dans un circuit, une tension entre deux points A et B apparaît lorsqu'il existe une légère différence dans la répartition des charges électriques entre ces deux points.

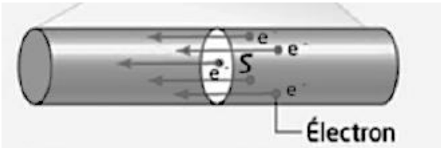
Cette différence de configuration crée un champ électrique dans le circuit. C'est ce champ qui peut mettre les charges en mouvement et donc faire circuler un courant.

On parle également de différence de potentiel électrique entre A et B.

2.2 Courant

Le courant électrique correspond à un déplacement de charges électriques :

- électrons dans un conducteur métallique,
- ions dans une solution conductrice



Autrement dit c'est un débit de charges.

Plus précisément, l'intensité du courant i(t) représente le débit instantané de charges :

$\boxed{i(t) = \frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}}}$ avec i en ampères (A), q la charge en coulombs (C) et t le temps en secondes (s)

2.3 Conventions de dipôle récepteur / générateur

Représentation du courant et de la tension

Dans un circuit électrique, le courant et la tension sont représentés par des flèches. En effet, ce ne sont pas seulement des nombres : ce sont des grandeurs orientées.

- Le courant peut circuler dans un sens ou dans l'autre.
- La tension u peut être positive ou négative, c'est une grandeur algébrique : cela traduit une différence d'état électrique entre les points A et B (léger déficit ou léger excès de charges).

Pourquoi utiliser des conventions ?

Pour décrire les échanges d'énergie dans un circuit, on adopte une convention d'orientation de la tension et du courant.

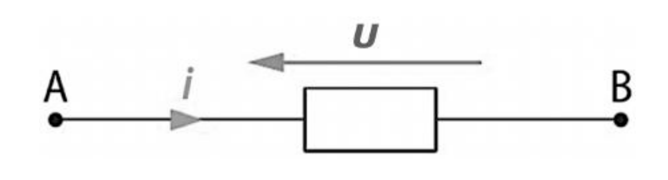
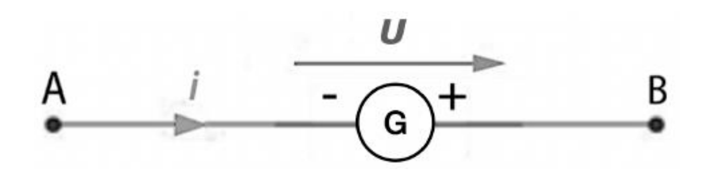
Cette convention permet d'écrire les lois du circuit sans ambiguïté et d'interpréter simplement le rôle des dipôles.

Deux conventions selon le rôle du dipôle

On distingue deux cas :

- Dipôle récepteur : il reçoit de l'énergie électrique.
- Dipôle générateur : il fournit de l'énergie électrique. Rappel : le courant sort par la borne positive (+) du générateur.

On adopte alors une orientation particulière des flèches de tension u et du courant i pour chacun de ces dipôles :

Pour un dipôle récepteur (d'énergie électrique)	Pour un dipôle générateur (d'énergie électrique)
	

2.4 *Relation entre la tension u et le courant i*

Pour un dipôle, il existe une relation entre la tension à ses bornes et l'intensité du courant qui le traverse. Cette relation est appelée la **caractéristique tension–courant** du dipôle.

Algébrique = relation instantanée

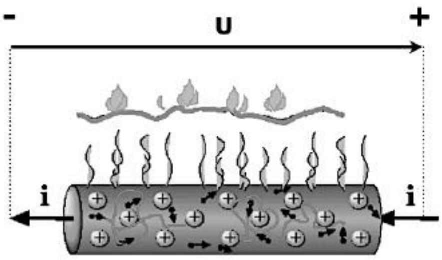
Une relation est dite algébrique lorsque la tension et le courant sont liés au même instant. Autrement dit : u(t) dépend uniquement de i(t). Le dipôle ne "se souvient" pas de ce qui s'est passé avant.

La relation courant–tension d'un dipôle peut être :

- algébrique et linéaire : résistance → $\boxed{u(t) = R \times i(t)}$ (loi d'Ohm)
- algébrique non linéaire : diode
- différentielle : condensateur et bobine (présence de dérivées)

À noter : la relation du condensateur est étudiée en Terminale, tandis que celles de la diode et de la bobine sont abordées dans le supérieur.

Loi d'Ohm u = R i



R : résistance

2.5 *Lois des mailles et des nœuds*

Définition : Dans un circuit électrique, une **maille** est simplement une boucle fermée.

Loi des mailles : Quand on fait le tour complet d'une maille, la <u>somme algébrique</u> des tensions est nulle.

Définition : Un **nœud** est un point du circuit où se rejoignent au moins trois conducteurs. (un point de branchements)

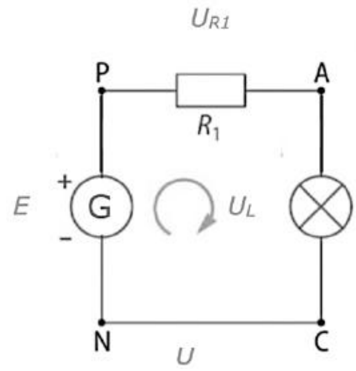
Loi des nœuds : Dans un nœud, la somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants.

Application 1 : lois des mailles et des nœuds

On considère la maille NPAC ci-contre, composée d'un générateur de tension, d'une résistance R_1 et d'une lampe.

La maille est orientée dans le sens horaire (ce choix est arbitraire ; on aurait tout aussi bien pu choisir le sens anti-horaire).

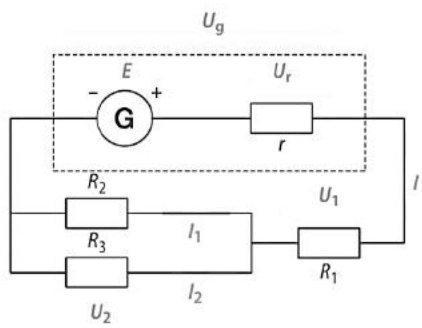
1. Indiquer le sens du courant
2. Indiquer les sens des flèches des tensions
3. Établir la relation entre la tension E du générateur et les tensions U_{R1} et U_L.



Application 2 : Exemple de circuit

La maille est orientée dans le sens horaire (ce choix est arbitraire ; on aurait tout aussi bien pu choisir le sens anti-horaire).

1. Indiquer les sens des courants
2. Indiquer les sens des flèches des tensions
3. Établir la relation entre la tension E du générateur et les tensions U_R, U_1 et U_2
4. Établir la relation entre les courants I, I_1 et I_2.



3 Condensateur

3.1 Définition

Schéma d'un condensateur plan :

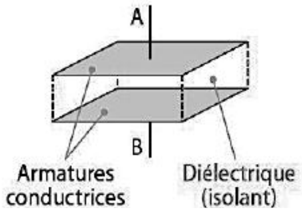
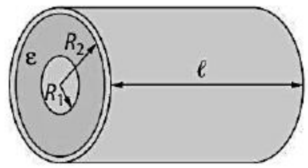
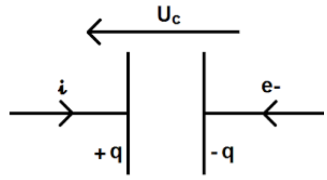


Schéma d'un condensateur cylindrique



Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices placées face à face et séparées par un isolant appelé diélectrique.

Lorsqu'une tension est appliquée entre ses armatures, des charges électriques +q et -q s'y accumulent. On dit alors que ce dipôle présente un comportement capacitif.



Les charges positives (+) et négatives (−) présentes sur les plaques du condensateur s'attirent. Elles restent donc accumulées sur les armatures, même lorsque le condensateur est déconnecté du circuit.

Un condensateur peut stocker ainsi des charges électriques. Il constitue ainsi un réservoir d'énergie électrique.

Contrairement à une batterie, qui repose sur des réactions chimiques relativement lentes, un condensateur peut se charger et se décharger très rapidement. Il est donc capable de libérer ou d'absorber de l'énergie électrique en un temps très court.

3.2 Capacité

La capacité d'un condensateur caractérise son aptitude à accumuler des charges électriques sous l'effet d'une tension. Elle est notée C et s'exprime en farads (F).

Considérons un condensateur soumis à une tension u_c entre ses bornes. On note q la charge électrique qu'il stocke.

À chaque instant, la charge du condensateur est proportionnelle à la tension à ses bornes :

$\boxed{q(t) = C \times u_c(t)}$ où C est la capacité en farads (F), q la charge en coulombs (C) et u_c la tension en volts (V)

3.3 Modèle de condensateur plan

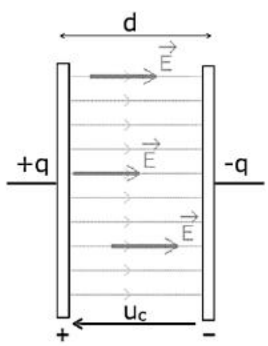
Un condensateur plan est constitué de deux armatures planes identiques, placées face à face et parallèles.

La capacité d'un condensateur plan s'exprime par : $\boxed{C = \frac{\epsilon \times S}{d}}$ où

- ε est la permittivité du diélectrique (en $F.m^{-1}$)
- S est la surface des armatures (en m^2)
- d est la distance entre les deux armatures (en m)

Le champ électrique E entre les plaques d'un condensateur plan est donné par la relation $\boxed{E = \frac{U_c}{d}}$ où :

- U_C est la tension aux bornes du condensateur (en V),
- d est la distance entre les plaques (en m).



Le champ électrique E s'exprime en $V.m^{-1}$

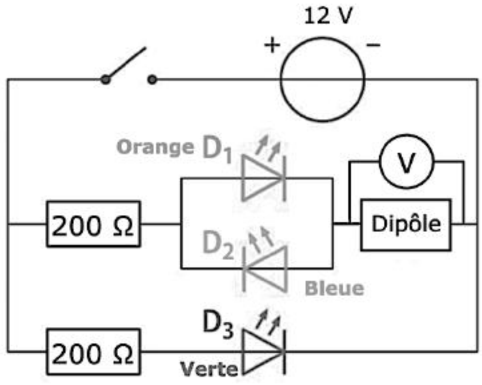
Le vecteur champ électrique est perpendiculaire aux plaques du condensateur. Il est orienté de l'armature positive (+q) vers l'armature négative (-q).

3.4 Caractéristique tension–courant d'un condensateur

En dérivant la relation $q(t) = C \times u_c(t)$ par rapport au temps, on obtient le lien entre l'intensité du courant qui traverse le condensateur et la tension à ses bornes :

$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \times u_c)}{dt} = C \times \frac{du_c}{dt}$ puisque la capacité C est constante.

Application 3 : Étude du comportement capacitif d'un condensateur



Dans le circuit ci-contre, D1, D2 et D3 sont des diodes électroluminescentes (DEL) de différentes couleurs.

Une DEL :

- laisse passer le courant dans un seul sens (sens indiqué par la pointe du triangle du symbole) ;
- s'allume lorsqu'un courant la traverse.

Le dipôle étudié peut être une résistance R = 1,0 kΩ ou un condensateur C = 2 200 µF

A) Observations expérimentales

Cas 1 : dipôle = résistance

Lorsque l'on ferme l'interrupteur, la tension aux bornes de R reste constante et l'on observe :

Diode	Observation
D1 (orange)	allumée
D2 (bleue)	éteinte
D3 (verte)	allumée

Lorsque l'on ouvre l'interrupteur, la tension aux bornes de R est nulle et l'on observe :

Diode	Observation
D1 (orange)	éteinte
D2 (bleue)	éteinte
D3 (verte)	éteinte

Cas 2 : dipôle = condensateur

Lorsque l'on ferme l'interrupteur la tension aux bornes du condensateur augmente puis se stabilise et l'on observe :

Diode	Observation
D1 (orange)	s'allume puis s'éteint
D2 (bleue)	éteinte
D3 (verte)	allumée

Lorsque l'on ouvre l'interrupteur la tension aux bornes du condensateur diminue puis devient nulle et l'on observe :

Diode	Observation
D1 (orange)	éteinte
D2 (bleue)	s'allume puis s'éteint
D3 (verte)	s'allume puis s'éteint

B) Questions

Étude Dipôle = Résistance

1. Que peut-on dire du courant dans le circuit lorsque l'interrupteur est fermé ? Pourquoi les diodes D1 et D3 restent-elles allumées ? Que peut-on dire de la tension aux bornes de la résistance ?
2. Que devient le courant lorsque l'on ouvre l'interrupteur ? Que peut-on dire de la tension aux bornes de la résistance ?
3. Que peut-on conclure sur le comportement d'une résistance dans un circuit ?

Étude Dipôle = Condensateur

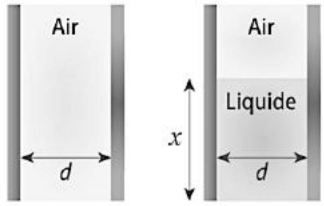
4. Pourquoi la diode D1 s'allume puis s'éteint lorsque l'on ferme l'interrupteur ?
5. Pourquoi la diode D2 est éteinte et la diode D3 est allumée ?

6. Comment évolue la tension aux bornes du condensateur pendant la charge ?

7. Pourquoi les diodes D2 et D3 s'allument brièvement lorsque l'on ouvre l'interrupteur ?

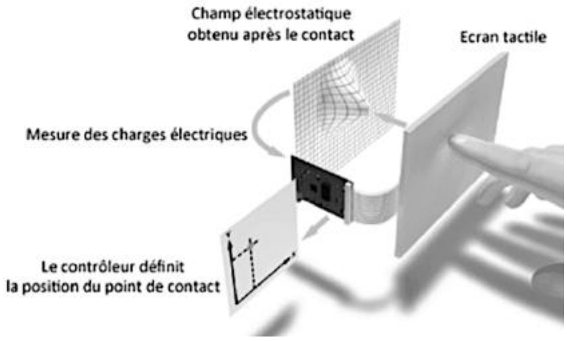
8. Que peut-on conclure sur le comportement d'un condensateur lors de sa charge et de sa décharge ?

3.5 Capteurs capacitifs



Un **capteur capacitif** exploite les variations de la capacité d'un condensateur. Celle-ci peut changer si la distance entre les armatures varie ou si la nature de l'isolant entre elles est modifiée.

Ces capteurs permettent de mesurer différentes grandeurs, comme la position d'un objet, le niveau de remplissage d'un fluide, la dilatation d'un matériau ou encore une pression.



Par exemple, un **capteur de niveau** peut être constitué des armatures d'une cuve. Lorsque la cuve est vide, l'isolant entre les armatures est l'air. À mesure que le liquide monte, il remplace progressivement l'air. La capacité du condensateur varie alors en fonction de la hauteur de liquide.

Les **écrans tactiles** utilisent également ce principe : une grille conductrice crée un champ électrique dans la dalle. Le doigt, conducteur, perturbe ce champ. Cette variation est détectée, ce qui permet de localiser le point de contact.

4 <u>Circuit RC</u>

4.1 Charge d'un condensateur

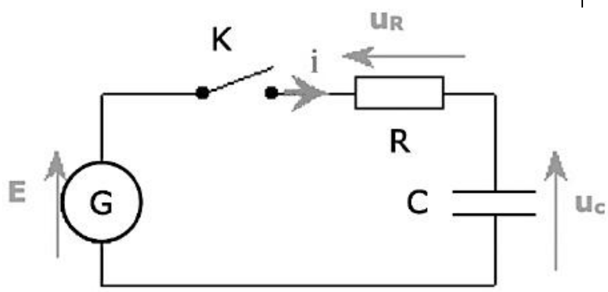
Application 4 : Charge d'un condensateur

On étudie un circuit RC série alimenté par un générateur idéal de tension constante E.

À t=0, on ferme l'interrupteur K. Le condensateur est déchargé : $u_C(0) = 0$.

On note $u_R(t)$ la tension aux bornes de la résistance R, et $u_C(t)$ la tension aux bornes du condensateur C.

Le courant dans le circuit est i(t).



A) <u>Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$</u>

1. Écrire la loi de maille en utilisant E, u_R et u_C.

2. Écrire la loi d'Ohm reliant $u_R(t)$, R et i.

3. Combiner les deux relations des questions 1 et 2 pour obtenir une relation entre E, u_C et i.

On note q(t) la charge sur l'armature positive (+q et -q sur l'autre).

4. Rappeler la relation entre i(t) et q(t) et la relation entre q et u_C

5. Montrer que $i = C\,\frac{du_C}{dt}$

6. Remplacer i(t) dans l'équation de la question 3 et simplifier pour obtenir l' équation différentielle suivante :

$$RC\,\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

7. Mettre ensuite l'équation sous la forme : $\frac{du_C}{dt} = a\,u_C + b$

B) Résoudre l'équation différentielle

L'équation : $y' = a\,y + b$ a pour solution générale : $y(t) = k\,e^{at} - \frac{b}{a}$ (voir fiche méthode) où k est une constante réelle.

8. Identifier a et b et écrire la solution générale de $u_c(t)$

9. Déterminer la constante k avec la condition initiale

10. En déduire l'expression finale de $u_C(t)$

C) Constante de temps et allure de la courbe

On pose la **constante de temps** : $\tau = RC$

11. Réécrire $u_C(t)$ avec τ et analyser les limites de la courbe $u_c(t)$. ($u_C(0)$ et $\lim_{t\to+\infty} u_C(t)$)

- Régime transitoire / permanent

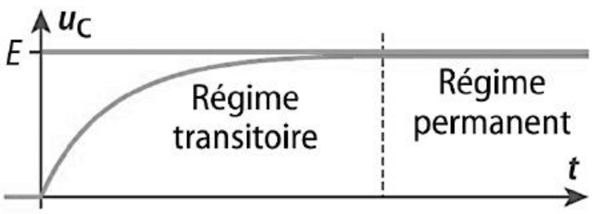
Donnée : $e^{-5} \approx 0{,}0067$

12. Montrer que $u_C(5\tau) \approx 0{,}99\,E$

13. Définir

- le **régime transitoire** (pour $t < 5\tau$),
- le **régime permanent** (pour $t \geq 5\tau$)

14. Donner les expressions de $i(t)$ et de $u_R(t)$



🎯 La tension aux bornes d'un condensateur initialement déchargé, lors de sa charge dans un circuit RC série alimenté par un générateur idéal de tension E, est donnée par : $\boxed{u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

👉 La constante de temps du circuit $\boxed{\tau = RC}$ fixe donc la durée caractéristique de la charge.

Pour $t < 5\tau$, le circuit est en **régime transitoire** : la tension aux bornes du condensateur évolue encore significativement, le condensateur est en cours de charge.

Pour $t \geq 5\tau$, le circuit est en **régime permanent** : la tension est pratiquement constante et égale à E, le condensateur est considéré comme chargé.

4.2 Décharge d'un condensateur

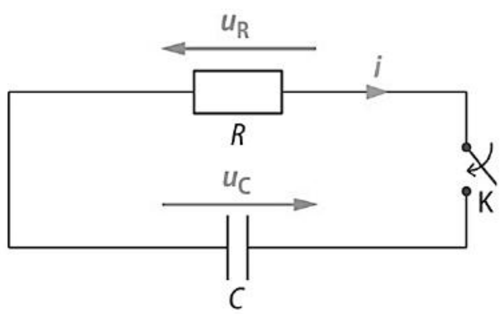
⚡ Application 5 : Décharge d'un condensateur

On considère un circuit constitué d'un condensateur C et d'une résistance R, sans générateur.

Initialement, le condensateur est **chargé** et sa tension vaut : $u_C(0) = E$

À l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.

On cherche l'expression de la tension $u_C(t)$ lors de la **décharge**.



A) Établir l'équation différentielle

1. Écrire la loi de maille reliant u_R et u_C.

2. Écrire la relation entre u_R, R et i.

3. En utilisant les résultats des questions précédentes, exprimer le courant $i(t)$ en fonction de $u_C(t)$.

On note $q(t)$ la charge sur l'armature positive (+q et -q sur l'autre).

4. Rappeler la relation entre $i(t)$ et $q(t)$ et la relation entre q et u_C

5. Montrer que $i = C\,\frac{du_C}{dt}$

6. En utilisant les résultats des questions précédentes, en déduire que $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{RC}u_C$

B) Résolution de l'équation différentielle

L'équation : $y' = a\,y + b$ a pour solution générale : $y(t) = k\,e^{at} - \frac{b}{a}$ (voir fiche méthode) où k est une constante réelle.

7. Identifier a et b et écrire la solution générale de $u_c(t)$

8. Déterminer la constante k avec la condition initiale

On pose la **constante de temps** : $\tau = RC$

9. Réécrire $u_C(t)$ avec τ

C) Analyse physique

10. Calculer $u_C(0)$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} u_C(t)$.

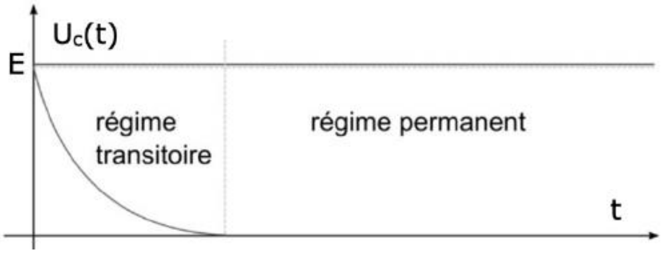
- Régime transitoire / permanent

Donnée : $e^{-5} \approx 0{,}0067$

11. Montrer que $u_C(5\tau) \approx 0$

12. Définir

- le **régime transitoire** (pour $t < 5\tau$),
- le **régime permanent** (pour $t \geq 5\tau$),



Conclusion

Lors de la décharge, la tension aux bornes du condensateur décroît exponentiellement vers 0 selon une loi caractérisée par la constante de temps $\tau = RC$: $\boxed{u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$

4.3 Détermination du constante de temps τ

Dans un circuit RC, la grandeur $\tau = RC$ est appelée constante de temps (ou temps caractéristique) du circuit.

Elle caractérise la vitesse d'évolution de la tension aux bornes du condensateur.

- Plus la constante de temps τ est grande, plus le condensateur met du temps à se charger ou à se décharger.
- Plus τ est petite, plus l'évolution est rapide.

La constante de temps peut être déterminée graphiquement à partir des courbes de charge ou de décharge représentant la tension du condensateur u_C en fonction du temps $u_C = f(t)$.

⌛ Application 6 : Détermination graphique de constante du temps τ

A) Etude de la charge

On obtient la courbe représentée ci-contre.

📍 Lors de la charge, l'évolution de la tension aux bornes du condensateur est donnée par :

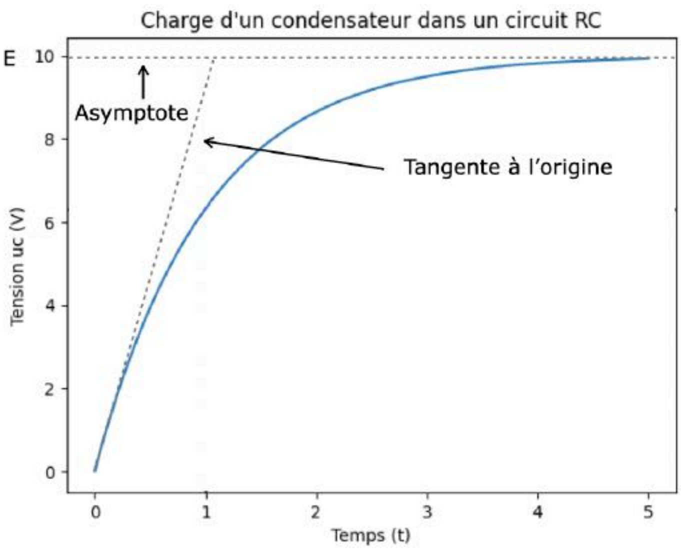
$u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = RC$ et $E = 10$ V

🔷 *Première méthode graphique de détermination de τ*

1. À partir de l'expression $u_c(t)$ déterminer l'expression de $u_c(\tau)$. Montrer que $u_c(\tau) = 0{,}63$ E.

2. Calculer la valeur de la tension correspondant à 63 % de la tension finale E.

3. Sur la courbe de charge $u_c(t)$, déterminer le temps pour lequel $u_c(t) = 0{,}63$ E



4. En déduire graphiquement la valeur de la constante de temps τ du circuit.

🔷 *Deuxième méthode graphique de détermination de τ*

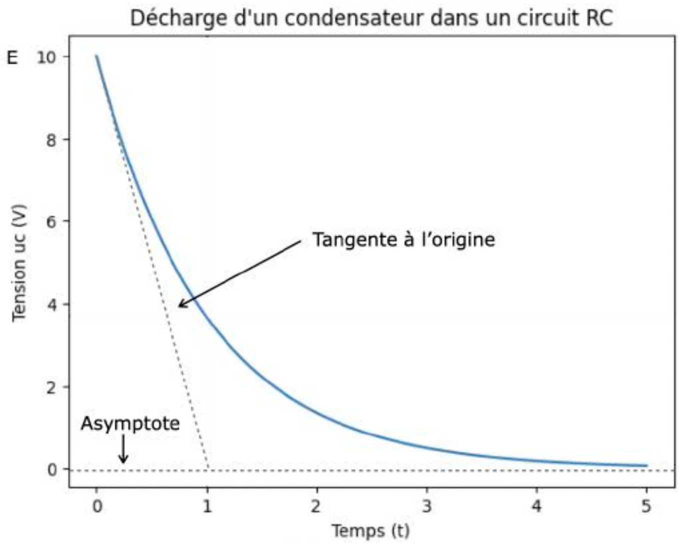
5. Déterminer l'équation de la tangente à l'origine de la courbe $u_c(t)$

6. En utilisant le résultat de la question 5, déterminer l'abcisse de point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote $u_c(t) = E$. Conclure.

7. La capacité du condensateur utilisé dans le circuit est C = 1 mF. Déduire la valeur de la résistance R utilisé dans le circuit

B) Etude de la décharge

On obtient la courbe représentée ci-contre.



📍 Lors de la décharge, l'évolution de la tension aux bornes du condensateur est donnée par : $u_C(t) = E\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

avec : $\tau = RC$ et où E est la tension initiale du condensateur.

🔷 *Première méthode graphique de détermination de τ*

8. À partir de l'expression $u_c(t)$, montrer que : $u_c(\tau) = 0{,}37\ E$

9. Calculer la valeur de la tension correspondant à 37 % de la tension initiale E.

10. Sur la courbe de décharge $u_c(t)$, déterminer le temps pour lequel $u_c(t) = 0{,}37\ E$. Conclure.

🔷 *Deuxième méthode graphique de détermination de τ*

11. Déterminer l'équation de la tangente à l'origine de la courbe $u_c(t)$.

12. En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'axe des temps t (l'asymptote). Conclure

Plan de travail

QCM hatier : www.hatier-clic.fr/pct549

Exigences et capacités exigibles du Chapitre 10 : dynamique d'un système électrique	Exercices + TP	Exercices Hatier
Lois des mailles et des nœuds	Applications 1 et 2	Révisions p.536 5 p.537
Comportement capacitif. Modèle du condensateur. Relation entre charge et tension	TP1 Application 3	21 p.505 corrigé
Capacité d'un condensateur	Cours	37 p. 555 41 p.556
Circuit RC série : charge d'un condensateur par une source idéale de tension, décharge d'un condensateur, temps caractéristique.	TP1, TP2 Applications 4, 5 et 6	22 p.551 corrigé 23 p.552 corrigé 34 p. 554, 37 p. 555 45 p.557, 47 p.558 53 p. 561, 54 p.562

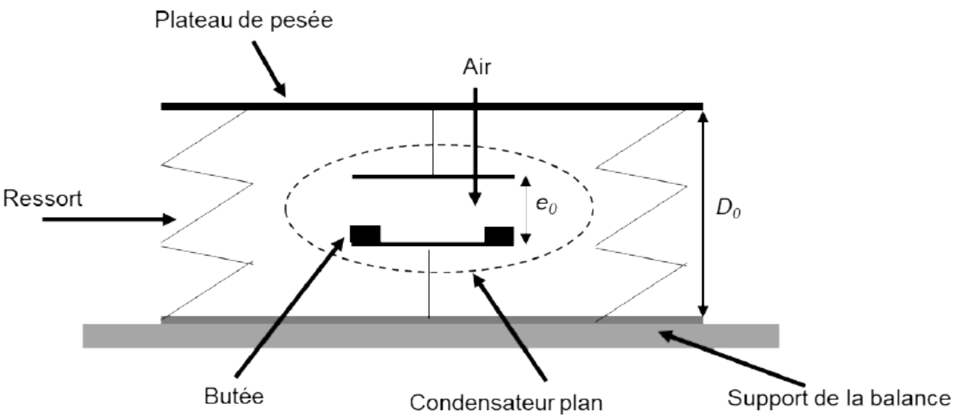
Exercice 1 : la balance capacitive *(Bac 2022 Centres étrangers jour 2)*

Dans la vie quotidienne, certaines balances électroniques utilisent un capteur à capacité variable afin de mesurer la masse des objets. Pour comprendre le fonctionnement d'un tel dispositif, on envisage dans cette partie une modélisation très simplifiée dans laquelle la balance est modélisée par un condensateur comportant une armature mobile reliée au plateau de pesée et une armature fixe reliée au support de la balance.

4.3.1.1.1 Modélisation simplifiée d'une balance de laboratoire

Le modèle étudié est schématisé ci-contre.

Lorsque la balance est à vide (sans masse sur le plateau), la distance entre les deux armatures est notée e_0. Lorsqu'un objet de masse M est posé sur le plateau de pesée, les armatures du condensateur se rapprochent, modifiant alors la valeur de sa capacité C. Les deux armatures ne peuvent pas entrer en contact grâce à la présence de petites butées de taille négligeable devant e_0.

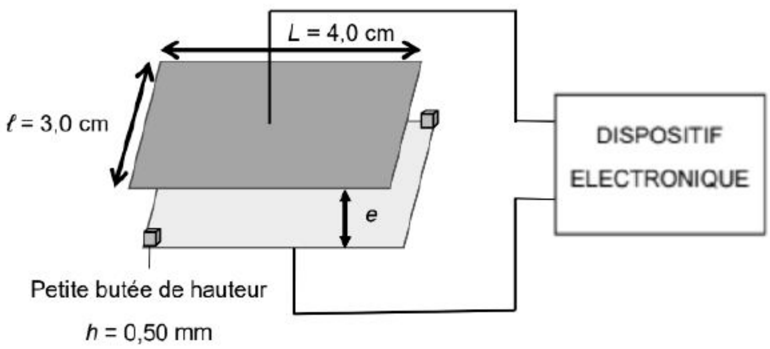


La mesure de la capacité *C* par un dispositif électronique permet alors de déterminer la masse M de l'objet.

Capacité d'un condensateur plan

On admet que la capacité du condensateur plan décrit ci-dessus s'écrit : $C = \varepsilon_0 . \varepsilon_r . \frac{S}{e}$ avec :

- C : capacité du condensateur en Farad (F);
- S : superficie des armatures;
- ε_0 : permittivité diélectrique du vide $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F·m^{-1} ;
- ε_r : permittivité diélectrique relative de l'isolant entre les armatures. Pour l'air : $\varepsilon_r = 1{,}0$;
- e : distance entre les 2 armatures ;
- e_0 = 1 cm.



1. Domaine d'utilisation de la balance

1.1. Déterminer la valeur de la capacité C_0 du condensateur lorsque la balance est à vide. On suppose que $\varepsilon_r = 1{,}0$. Commenter.

1.2. Préciser si la capacité du condensateur augmente ou diminue lorsque l'on place une masse sur le plateau. Justifier qualitativement la réponse.

1.3. Lorsqu'un objet de masse M est posé sur le plateau, la distance entre le plateau et le support passe de D_0 à D et le plateau exerce sur l'objet une action modélisée par une force $\vec{F}$ dirigée vers le haut. La valeur de cette force est donnée par la relation :

$$F = k\,(D_0 - D), \text{ avec } k = 980\ N{\cdot}m^{-1}.$$

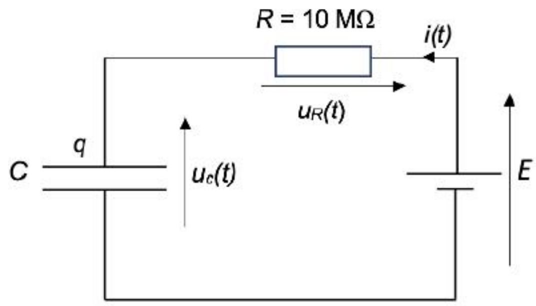
1.3.1. L'objet de masse M étant à l'équilibre sur le plateau, vérifier que, connaissant la distance D entre le plateau et le support, on peut déduire M par la relation : $M = \frac{k}{g}(D_0 - D)$

où g est l'intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\ N{\cdot}kg^{-1}$.

1.3.2. En admettant que l'armature mobile du condensateur se déplace de la même distance que le plateau lorsqu'un objet de masse M est posé sur celui-ci, calculer la masse maximale que peut mesurer cette balance.

2. Mesure de la masse à peser

Pour déterminer la valeur de la capacité C du condensateur et en déduire la valeur de la masse immobile sur le plateau, on étudie la charge du condensateur à partir du circuit ci-dessous. À l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé ; on applique alors au circuit la tension E.



2.1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur peut s'écrire : $RC\frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = E$

2.2. Déterminer l'expression de τ en fonction de R et de C pour que la fonction

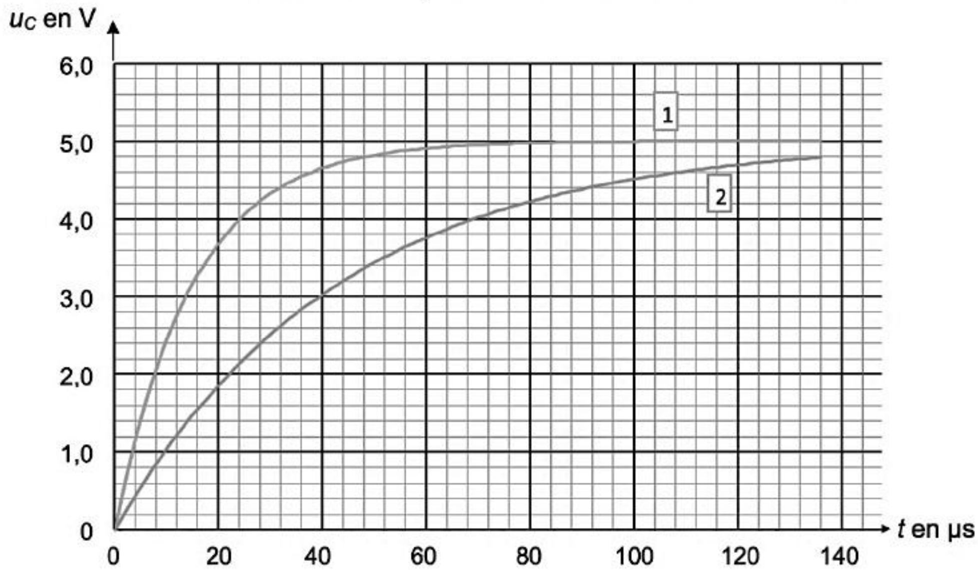
$u_c(t) = E\times(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$ soit solution de l'équation différentielle précédente.

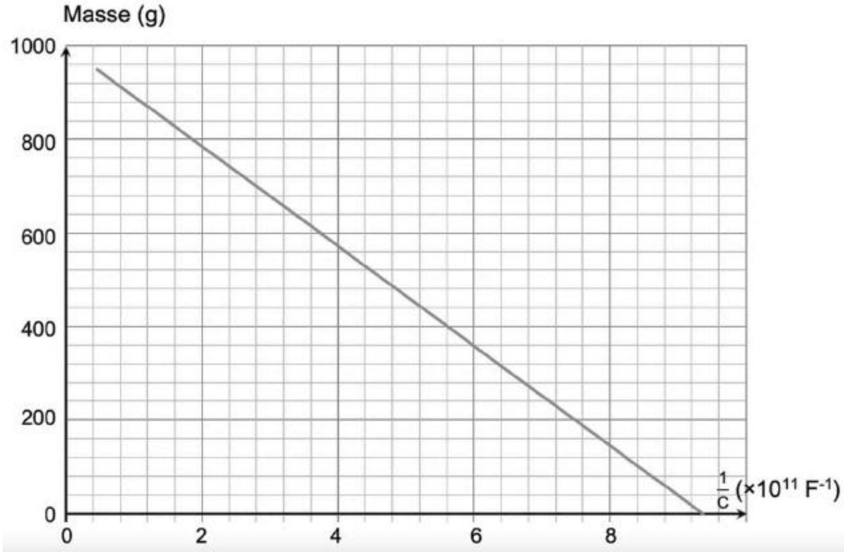
On enregistre les valeurs de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours du temps pour deux masses M_1 et M_2 différentes. Les courbes sont fournies en annexe (graphique 1).

2.3. Pour quelle courbe, 1 ou 2, du graphique 1, la valeur de la capacité du condensateur est-elle la plus élevée ? Justifier.

2.4. En exploitant les graphiques 1 et 2, déterminer la valeur de la masse pesée M_2. La méthode utilisée devra être précisée sur les graphiques fournis ci-dessous.

Graphique 1. Évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps, pour 2 masses différentes. La courbe 1 correspond à une masse M_1 et la courbe 2 à une masse M_2.



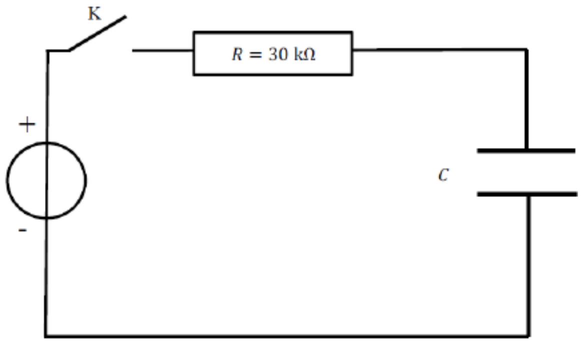


Exercice 2 : Anatomie d'un condensateur *(Nouvelle Calédonie 2022 jour 2)*

Les polycarbonates sont de bons isolants et, à ce titre, sont employés en électronique pour la fabrication de condensateurs. Les condensateurs au polycarbonate sont réalisés en alternant des feuilles métallisées avec des feuilles de polycarbonate un grand nombre de fois. Ces types de condensateurs ont des capacités qui ne varient pas beaucoup avec la température. Ils peuvent avoir des tensions de fonctionnement allant jusqu'à 400 V crête à crête.

Partie A : Détermination de la capacité d'un condensateur au polycarbonate

On considère le circuit électrique dont le schéma est représenté ci-contre dans lequel le générateur de tension est idéal et délivre une tension électrique $E = 12$ V :



Le condensateur, de capacité C, est initialement déchargé. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

A.1. Recopier le schéma du circuit sur la copie, puis indiquer le sens du courant électrique, d'intensité i, circulant dans le circuit durant le régime transitoire, ainsi que les tensions E, u_R et u_C prises respectivement aux bornes du générateur, du conducteur ohmique de résistance R et du condensateur de capacité C.

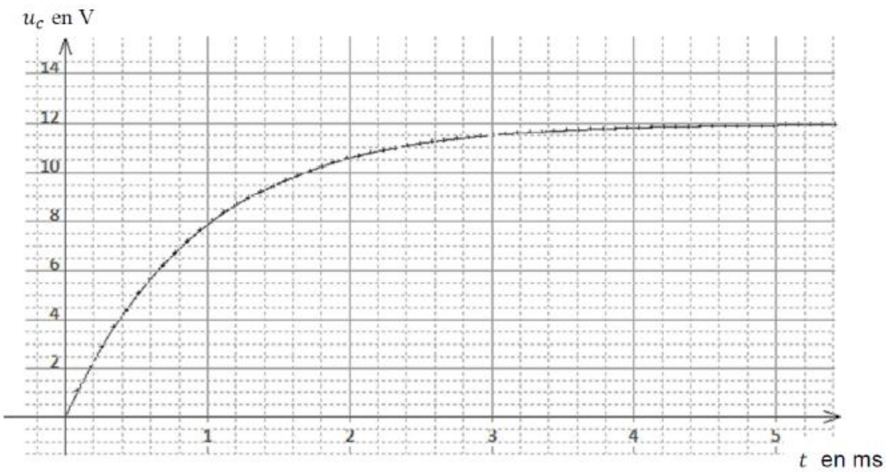
A.2. Établir la relation entre les tensions électriques dans ce circuit.

A.3. Exprimer la charge q du condensateur en fonction de la tension à ses bornes.

A.4. Montrer que l'équation différentielle, dont la tension u_C aux bornes du condensateur est une solution, s'écrit sous la forme : $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ avec τ une constante dont on précisera l'expression.

A.5. Proposer une dénomination pour la constante τ. Montrer que cette constante a la dimension d'une durée.

A.6. On visualise l'évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur.



A.6.1. Déterminer graphiquement la valeur de τ. Faire apparaître soigneusement les traits de construction utiles sur le graphe.

A.6.2. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur, déterminée par cette méthode dans le cadre du modèle du circuit RC.

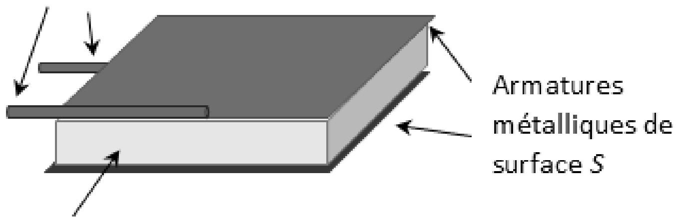
Partie B : Anatomie d'un condensateur au polycarbonate

Il existe différents types de condensateurs.
Le condensateur plan est l'un des plus simples. Il est constitué de deux armatures planes de surface *S* séparées par un isolant d'épaisseur *a*.

L'épaisseur des armatures est négligeable par rapport à l'épaisseur de l'isolant.

La capacité du condensateur plan est donnée par la relation : $C = \dfrac{\varepsilon \times S}{a}$

où ε est une constante qui dépend du matériau utilisé comme isolant. Pour le polycarbonate, cette valeur est $\varepsilon = 2{,}57\times10^{-11}$ F·m^{-1}.



B.1. Décrire l'influence des caractéristiques géométriques du condensateur plan sur la valeur de sa capacité.

B.2. L'anatomie du condensateur usuel montre un empilement d'armatures métalliques avec l'isolant (ici, du polycarbonate) correspondant à une association en dérivation de *n* condensateurs identiques de capacité C_0 (voir la figure suivante). La capacité *C* de ce condensateur s'exprime par la relation $C = n \times C_0$.

Exemples de capacités de quelques condensateurs en fonction de leurs caractéristiques géométriques :

Capacité *C* ± 2% (nF)	*L* ± 0,5 (mm)	*h* ± 0,5 (mm)	*e* ± 0,5 (mm)
33,0	11,0	9,0	6,0
47,0	11,0	10,0	6,0
68,0	14,0	10,0	7,0

Source : Exxelia, fabricant de composants électroniques

Le condensateur étudié dans la partie A est fabriqué à partir d'un nombre *n* d'empilements de condensateurs plans élémentaires tous branchés en dérivation.

B.2.1. À l'aide des informations et schémas fournis, établir l'expression de la capacité *C* du condensateur en fonction des caractéristiques géométriques (*h*, *L* et *e*, ainsi que du nombre *n* de condensateurs empilés.

B.2.2. La capacité du condensateur au polycarbonate valant *C* = 33 nF, en déduire le nombre de condensateurs élémentaires *n* constituant ce condensateur.

B.2.3. Le fabriquant indique que le condensateur au polycarbonate étudié dans le circuit RC est, en fait, constitué de 300 armatures métalliques. Commenter.