

13. Mécanique céleste et satellites

Activités

p. 376 à 379

① À l'assaut de l'espace

1. Ptolémée (100-168, Grec) : compilation de savoirs de plusieurs siècles avant lui.

Copernic (1473-1543, Polonais) : proposition d'un modèle héliocentrique.

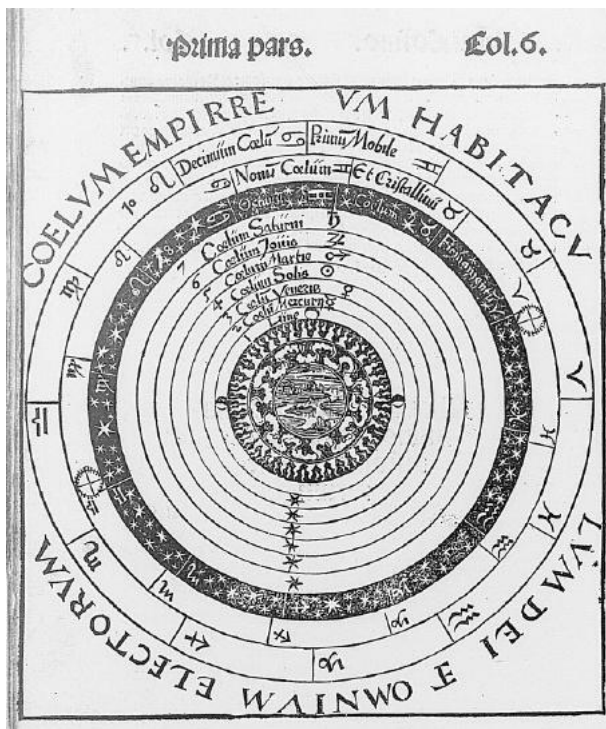
Tycho Brahé (1546-1601, Danois) : observations de grande qualité.

Kepler (1571-1630, Allemand) : formulation des lois portant son nom.

Galilée (1564-1642, Italien) : reprise de l'héliocentrisme après observation des satellites de Jupiter.

2. a. Du centre vers la périphérie : Mercure, Vénus, Terre (autour de laquelle tourne la Lune), Mars, Jupiter, Saturne, étoiles fixes.

b. Système de Ptolémée :



Doc. Archives Hatier.

c. Les erreurs du système de Copernic sont l'oubli de planètes (qu'il ne connaissait pas) et le fait que toutes les orbites sont circulaires (en plus de ne pas être à l'échelle).

3. • Nicolas Copernic, *De Revolutionibus orbium cœlestium*, paru en 1543, propose un modèle héliocentrique.

• Johannes Kepler, *Astronomia nova*, paru en 1609, énonce les deux premières lois de Kepler.

• Galilée, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, paru en 1632, discute de manière accessible du système héliocentrique.

• Jules Verne, *De la Terre à la Lune*, paru en 1865, envisage de manière scientifique un voyage Terre-Lune dans un roman populaire.

• Hergé, *Objectif Lune* et *On a marché sur la Lune*, parus en 1953 et 1954, présente un voyage Terre-Lune en bande dessinée.

4. • Détermination de la distance Terre-Lune (et du diamètre de la Lune) : Aristarque de Samos, III^e siècle avant notre ère.

• Observation des satellites de Jupiter : Galilée, 1609.

• Dessin précis des anneaux de Saturne : Christian Huygens, 1659.

• Mise en orbite d'un satellite artificiel : agence spatiale russe, 1957.

• Pose d'un pied humain sur la Lune : Neil Armstrong, 1969.

• Envoi d'une sonde hors du système solaire : Nasa, 1977.

• Exploration d'une planète autre que la Terre par un robot : Nasa, 1996.

• Arrimage d'un objet sur une comète : Agence spatiale européenne, 2014.

Bilan

• Il n'y a pas de réponse unique à cette affaire d'opinion. Le but est d'attirer l'attention sur le fait qu'une découverte, une observation, un progrès technique, n'arrivent pas seuls et s'inscrivent dans une évolution globale des sciences et techniques.

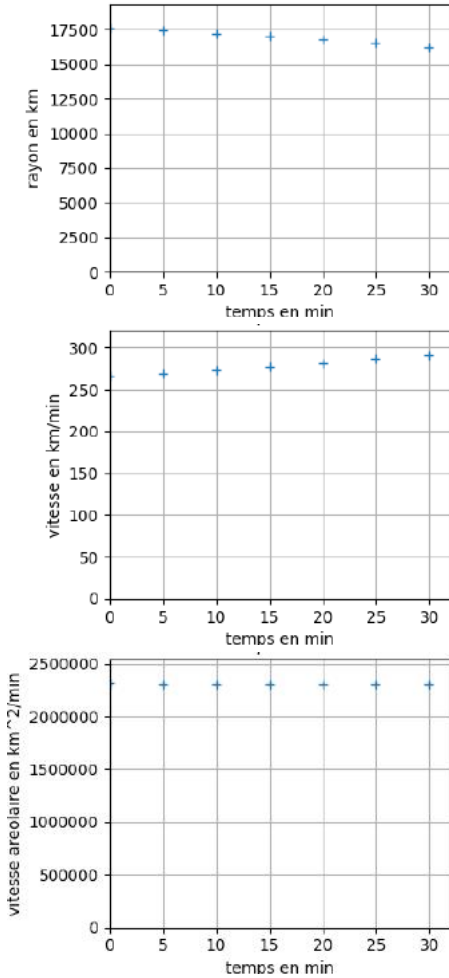
② Deuxième loi de Kepler

2. Voir le programme Python complété, accessible via le manuel numérique **enseignant**.

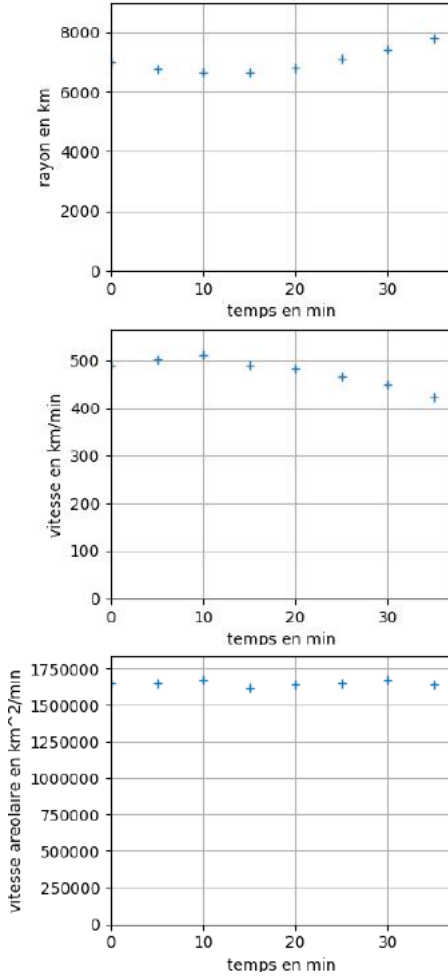
Voici les instructions complétant le programme :

```
## Distance parcourue entre i et i+1, en km
d[i]=((x[i+1]-x[i])**2+(y[i+1]-y[i])**2+(z[i+1]-z[i])**2)**0.5
## vitesse en km/min
v[i]=d[i]/(t[i+1]-t[i])
## aire balayee en km2
S[i]=aire(r[i],r[i+1],d[i])
## vitesse areolaire en km2/min
s[i]=S[i]/(t[i+1]-t[i])
```

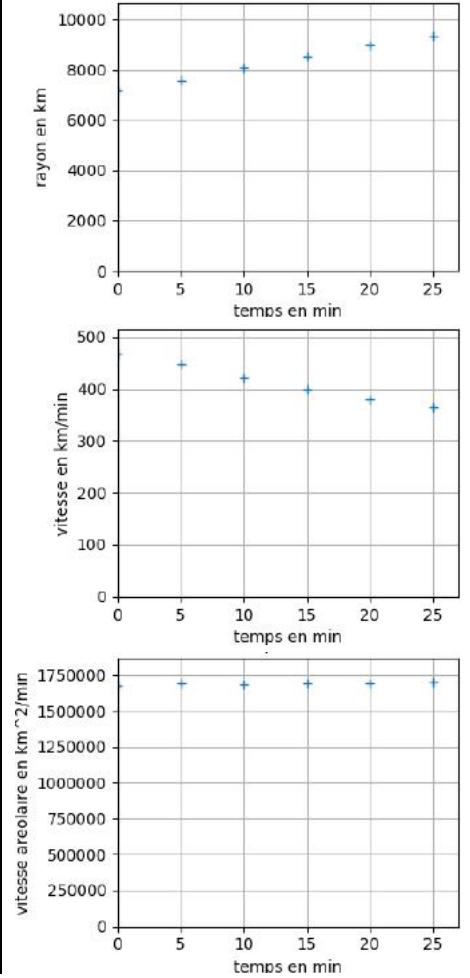
b. Résultats pour le satellite DSX :



Résultats pour le satellite Akebono :



Résultats pour le satellite Express-MD2 :



Les courbes obtenues montrent bien que la vitesse aréolaire est constante, alors que ni la vitesse du satellite, ni le rayon de son orbite ne le sont. Cela confirme la deuxième loi de Kepler.

③ Peser un astre

1. Voir le programme Python complété, accessible via le manuel numérique **enseignant**.

Exemple avec Jupiter :

```

### Nom de l'astre attracteur
nomastre="Jupiter"
### Masse tabulée de l'astre attracteur en kg
M=1.898e27

### Liste des noms des satellites (entre "")
satellites=["Io", "Europe", "Ganymede", "Callisto", "Himalia", "Carpo", "Hegemone"]
### Liste des demi-grands axes en km
a=[421800, 671100, 1070400, 1882700, 11461000, 16989000, 23947000]
### Liste des périodes orbitales en j
T=[1.769, 3.551, 7.155, 16.689, 251.73, 456.1, 769.6]
    
```

2. a. Tracer T en fonction de a ne donne pas une loi linéaire, donc pas exploitable directement par un élève de Terminale.

On complète le programme en prenant garde aux unités :

```

### Liste des T carres et des a cubes en USI
for i in range(len(a)):
    x[i]=float((a[i]*1000)**3)
    y[i]=(T[i]*86400)**2
    
```

b. Calcul de la masse de l'astre attracteur :

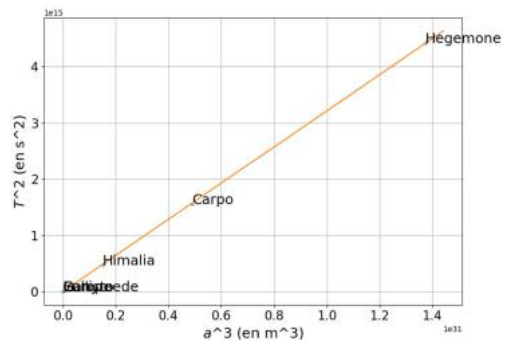
$$M_{\text{calc}} = 4\pi^2 / (G \cdot m)$$

c. Exécution du programme.

```

**** Astre etudie: Jupiter ****
**** Trace de T^2 en fonction de a^3 ****
Coefficient directeur de la regression
m= 3.213E-16 USI
    
```

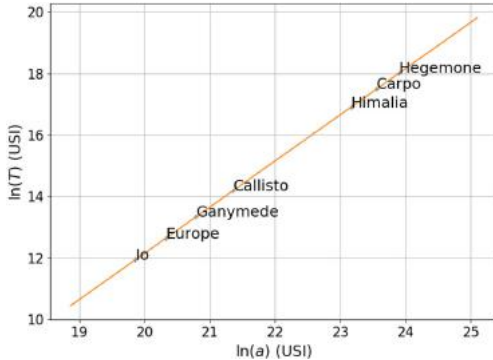
Masse tabulée de l'astre attracteur
 $M = 1.898E+27$ kg
 Masse calculée de l'astre attracteur
 $M = 1.842E+27$ kg



3. Exécution avec échelle logarithmique :

```
**** Astre etudie: Jupiter ****
**** Trace de ln(T) en fonction de ln(a) ****
Coefficient directeur de la regression
m= 1.503E+00 USI
Ordonnee a l'origine de la regression
p= -1.792E+01 USI
```

Masse tabulee de l'astre attracteur
 $M = 1.898E+27$ kg
 Masse calculee de l'astre attracteur
 $M = 2.176E+27$ kg



Le résultat paraît plus proche de la valeur attendue avec le tracé non logarithmique.

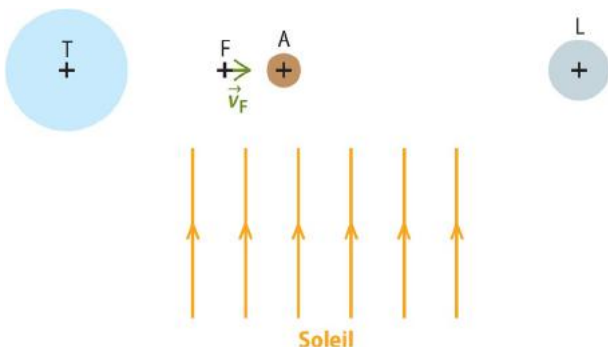
④ Rendez-vous avec Adonis

1. a. Si la fusée a effectué un quart de son trajet vers la Lune, alors sa distance à la Lune est $d = 1 \times 10^5$ km. Vu qu'Adonis mesure censément 700 m de diamètre et est vu sous le même angle approximativement que la Lune, de diamètre $2R_L = 3\,474$ km, on en déduit qu'il est à la distance :

$$1 \times 10^5 \times \frac{700}{3\,474 \times 10^3} = 2 \times 10^1 \text{ km}$$

b. Puisque l'aphélie et le périhélie d'Adonis encadrent la distance Terre-Soleil, alors Adonis peut en théorie passer très près de la Terre, donc entre la Terre et la Lune.

La fusée va de la Terre à la Lune. Sur la vue du doc. 1, Adonis est à peu près dans le même axe, et les rayons du Soleil viennent de la droite, éclairant à peu près la moitié de la Lune. D'où la représentation ci-dessous, où T est le centre de la Terre, F celui de la fusée, A celui d'Adonis et L celui de la Lune. La vitesse de la fusée est \vec{v}_F .



Bilan

- La loi est vérifiée par le fait que le tracé de T^2 en fonction de a^3 donne bien une droite, ou par le fait que le tracé de $\ln(T)$ en fonction de $\ln(a)$ est une fonction affine de coefficient directeur $\frac{3}{2}$ exactement. La deuxième méthode est meilleure pour vérifier cette loi, vu que les points ne sont pas accumulés au même endroit sur le graphique.
- La masse M est déterminée par le coefficient directeur pour la première méthode, par l'ordonnée à l'origine pour la deuxième. Les deux méthodes sont sujettes à caution : dans la première, le coefficient directeur est beaucoup influencé par les points éloignés ; dans la deuxième, l'ordonnée à l'origine apparaît dans une puissance de dix, donc une petite fluctuation sur sa détermination implique une grosse erreur sur la masse.

2. a. Vu qu'Adonis fait environ 700 m de diamètre, on peut estimer, en tenant compte de cette échelle, la trajectoire de Haddock comme ayant un rayon $r = 1,3$ km.

b. Si Adonis est une boule de rayon $R = 350$ m, composée de roches de masse volumique $\rho = 2 \times 10^3$ kg·m⁻³, alors sa masse est :

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = 4 \times 10^{11} \text{ kg}$$

c. La vitesse de révolution de Haddock est donc :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = 0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Sa période de révolution est :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 6 \times 10^4 \text{ s, soit plus de seize heures.}$$

Bilan

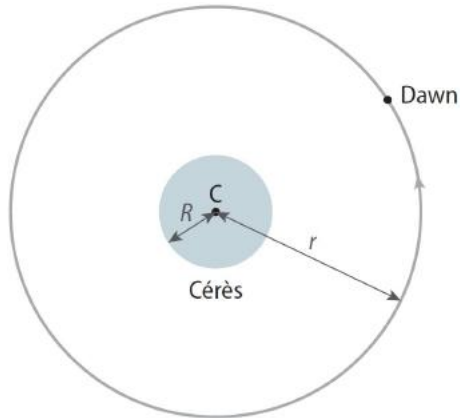
- Si la fusée est à une vingtaine de kilomètres d'Adonis lorsque la vue du doc. 1 est prise et si elle va à plus de $13 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, alors cette vingtaine de kilomètres est parcourue en quelques secondes, donc Adonis est dépassé. Au lieu de cela, tout se passe comme si la fusée restait longtemps au voisinage d'Adonis. L'image du doc. 2, elle aussi, présente une contradiction entre la rapidité de la fusée, le caractère rapide de la manœuvre envisagée, d'une part, et la faible vitesse de Haddock, satellite d'Adonis, d'autre part.

Exercices

Exercices 1 à 25 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 26, 27 et 29 corrigés dans le manuel de l'élève.

28 a.



b. L'altitude de la sonde étant $h = 13\,500$ km, le rayon de son orbite est $r = R + h = 13\,970$ km. D'après la relation fournie, la masse de Cérès est :

$$M_c = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 9,6 \times 10^{20} \text{ kg}$$

Exercice 30 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

31 On mène l'étude de Triton dans le référentiel neptunocentrique. Comme dans l'exercice 30, on détermine la vitesse de Triton :

$$v_T = \sqrt{\frac{Gm_N}{r_T}} = 4,38 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

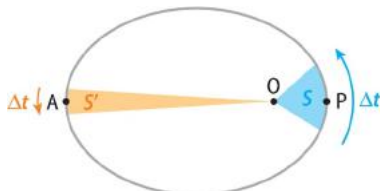
et sa période de révolution :

$$T_T = \frac{2\pi r_T}{v_T} = 5,10 \times 10^5 \text{ s} \text{ soit } 5,90 \text{ jours.}$$

32 La trajectoire rouge ne peut pas être celle d'un satellite de la Terre car la Terre est à un centre et non à un foyer.

La trajectoire verte ne peut pas être celle d'un satellite de la Terre car le point le plus proche de la Terre n'appartient pas au grand axe.

33 a.



D'après la deuxième loi de Kepler, si l'aire balayée pendant la même durée reste la même, alors la vitesse du satellite est la plus élevée au périastre, P sur le schéma, et la plus faible à l'apogastre, A sur le schéma.

b. Si l'orbite est circulaire, alors le rayon a toujours la même taille et les aires balayées sont des portions de disques, donc les distances parcourues pour de mêmes aires sont identiques, donc le mouvement est uniforme.

34

| Satellite | Ariel | Umbriel | Titania | Obéron |
|-----------|---------|---------|--------------------|--------------------|
| a (en km) | 193 020 | 266 300 | $4,41 \times 10^5$ | $5,90 \times 10^5$ |
| T (en j) | 2,52 | 4,08 | 8,71 | 13,46 |

35 Avec la période T en années et le demi-grand axe a en ua, comme, pour la Terre, ces deux grandeurs valent 1, le quotient $\frac{T^2}{a^3}$ vaut 1 pour tous les satellites du Soleil.

- a. Si $a = 4$ ua, alors $T^2 = 4^3$ donc $T = 2^3 = 8$ années.
- b. Si $T = 27$ ans, alors $a^3 = 27^2$ donc $a = 3^2 = 9$ ua.

36

| M (en kg) | $2,0 \times 10^{30}$ | $2,0 \times 10^{30}$ | $3,6 \times 10^{30}$ | $4,4 \times 10^{30}$ |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a (en km) | $7,8 \times 10^8$ | $1,4 \times 10^9$ | $2,3 \times 10^8$ | $1,2 \times 10^8$ |
| T (en j) | $4,3 \times 10^3$ | 10 754 | 516,22 | 185,84 |

37 a. Voir schéma ci-contre.

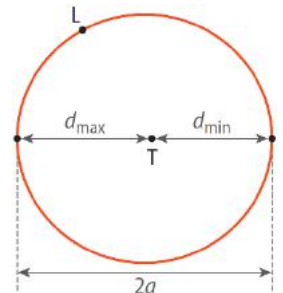
b. On voit que $2a = d_{\min} + d_{\max}$, d'où $a = 3,815 \times 10^5$ km.

c. La longueur de l'orbite lunaire est :

$$L = 2\pi a = 2,397 \times 10^6 \text{ km}$$

La vitesse de la Lune est

$$\text{donc } v = \frac{L}{T} = 1,01 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}.$$



38 a. La vitesse et l'accélération d'un satellite en mouvement circulaire sont constantes en norme, puisque le satellite est en mouvement uniforme, mais pas en direction.

b. La norme de l'accélération d'un satellite en orbite non circulaire est variable, puisque la distance entre le satellite et l'astre attracteur varie.

c. L'accélération d'un satellite n'est colinéaire au vecteur normal de la base de Frenet que si le satellite est en mouvement uniforme.

d. Un satellite dont la période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même n'est pas forcément géostationnaire ; il faut en plus que son orbite soit équatoriale et que le satellite tourne dans le même sens que la Terre.

e. Il n'existe pas de satellite fixe à la verticale d'un point du sol français, vu que l'équateur ne passe pas sur le sol français.

f. Un satellite terrestre passe plus de temps au-dessus d'une région de la Terre lorsqu'il est près de son apogée, puisque c'est là qu'il va le moins vite.

39 a. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_L^2}{(60R_T)^3}$.

b. Pour $r = R_T$, cela donne $T = \frac{T_L}{60^{3/2}} = 5,9 \times 10^{-2}$ j, soit 1,4 h. Un tel satellite ferait 17 tours par jour.

Exercice 40 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

41 a. Deimos est plus loin de Mars que Phobos, puisque sa période est plus grande.

b. La troisième loi de Kepler s'écrit $\frac{T_P^2}{a_P^3} = \frac{T_D^2}{a_D^3}$

d'où l'on déduit $a_D = a_P \sqrt[3]{\frac{T_D^2}{T_P^2}} = 2,35 \times 10^4 \text{ km}$.

42 a. Si la trajectoire d'un satellite est circulaire, alors la distance entre le satellite et l'astre attracteur est constante, donc pour une même aire balayée, la distance parcourue sur l'orbite est la même.

D'après la deuxième loi de Kepler, on en déduit que son mouvement est uniforme.

b. et c.  Cours 2a, b et c p. 380-381 (manuel de l'élève)

43 a. Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre.

b. Si la période d'un satellite GPS est T , alors celle d'un satellite géostationnaire est $2T$ d'après l'énoncé. D'après la troisième loi de Kepler, on a donc :

$$\frac{(2T)^2}{(R_T + h)^3} = \frac{T^2}{(R_T + h_{\text{GPS}})^3}$$

d'où l'on déduit : $(R_T + h_{\text{GPS}})^3 = \frac{(R_T + h)^3}{4}$

$$\text{puis : } h_{\text{GPS}} = \sqrt[3]{\frac{(R_T + h)^3}{4}} - R_T = 20,2 \times 10^3 \text{ km}$$

c. On peut affirmer au contraire qu'un satellite GPS ne passe pas tous les jours à la même heure au-dessus d'un même point du sol : en 24h exactement, il fait un peu plus de deux tours de la Terre, donc il n'est pas au-dessus d'un même point du sol à la même heure tous les jours.

d. Pour la même raison, on ne peut pas affirmer que chacun des satellites GPS passe deux fois par jour au-dessus d'un point donné du sol. Au bout d'un jour sidéral, le satellite reprend la même position, en revanche.

44 a. La période de révolution de (53319) 1999 JM₈ est supérieure à un an, vu que le demi-grand axe de son orbite est supérieur à celui de l'orbite terrestre.

b. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_T^2}{a_T^3}$

$$\text{d'où } T = T_T \sqrt[3]{\frac{a^3}{a_T^3}} = 4,44 \text{ ans.}$$

c. Un objet astral est dit géocroiseur si son orbite croise celle de la Terre ou, du moins, s'approche près de la Terre. Un objet potentiellement dangereux est donc nécessairement géocroiseur, par définition.

Exercice 45 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

46 Les altitudes de Sputnik 1 étaient au minimum $h_{\text{min}} = 227 \text{ km}$ et au maximum $h_{\text{max}} = 941 \text{ km}$ au-dessus du sol terrestre. La durée totale de sa mission entre le 4 octobre et le 4 janvier était $t_{\text{tot}} = 92 \text{ jours}$.

Le demi-grand axe de l'orbite de Sputnik 1 est :

$$a = \frac{2R_T + h_{\text{min}} + h_{\text{max}}}{2} = 6\,962 \text{ km}$$

Sa période de révolution est donc, d'après la relation

$$\text{fournie : } T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_T}} = 5,78 \times 10^3 \text{ s}$$

En 92 jours, il a donc fait $\frac{92 \times 86\,400}{5,78 \times 10^3} = 1,38 \times 10^3$ tours de la Terre.

47 a. D'après la première loi de Kepler, le Soleil est sur un des foyers de l'ellipse.

b. D'après la deuxième loi de Kepler, si la durée de parcours est la même entre M_1 et M_1' qu'entre M_2 et M_2' alors les deux aires A_1 et A_2 des surfaces balayées sont égales.

c. La vitesse moyenne est la plus élevée entre M_2 et M_2' puisque la distance parcourue est plus grande.

d. Sur cette figure, le point de l'orbite le plus proche du Soleil n'est pas sur le grand axe de l'ellipse. On peut donc en conclure que les foyers sont mal placés.

48 1. D'après la deuxième loi de Newton, l'unité de force newton est $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

D'après l'expression de la force gravitationnelle, G s'exprime en $\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$. On en déduit que G est en $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$, donc bien en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}$.

2. On vient de voir que $[G] = \text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}$.

a. $\left[\frac{GM}{r}\right] = \frac{\text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}\cdot\text{M}}{\text{L}} = \text{L}^2\cdot\text{T}^{-2}$ d'où $\left[\sqrt{\frac{GM}{r}}\right] = \text{L}\cdot\text{T}^{-1}$ qui est bien la dimension d'une vitesse.

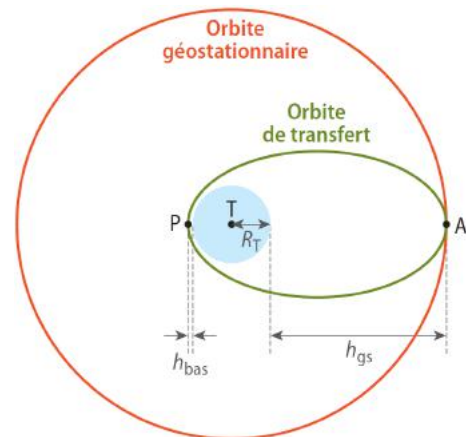
b. $\left[\frac{r^3}{GM}\right] = \frac{\text{L}^3}{\text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}\cdot\text{M}} = \text{T}^2$, d'où $\left[\sqrt{\frac{r^3}{GM}}\right] = \text{T}$ qui est bien la dimension d'une durée.

c. D'une part, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right] = \text{T}^2\cdot\text{L}^{-3}$.

D'autre part, $\left[\frac{4\pi^2}{GM}\right] = \frac{1}{\text{L}^3\cdot\text{T}^{-2}\cdot\text{M}^{-1}\cdot\text{M}} = \text{T}^2\cdot\text{L}^{-3}$.

La relation est bien homogène.

49 1. a.



b. Le demi-grand axe de l'orbite de transfert est :

$$a = \frac{2R_T + h_{\text{bas}} + h_{\text{gs}}}{2} = 2,44 \times 10^4 \text{ km}$$

c. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T_{\text{sid}}^2}{(R_T + h_{\text{gs}})^3} = \frac{T_{\text{trans}}^2}{a^3}$

$$\text{d'où l'on déduit } T_{\text{trans}} = T_{\text{sid}} \sqrt[3]{\frac{a^3}{(R_T + h_{\text{gs}})^3}} = 3,79 \times 10^4 \text{ s.}$$

- d. Le satellite passe au minimum une demi-période sur son orbite de transfert, soit $1,89 \times 10^4$ s, soit 5,26 h.
 2. L'orbite cimetièrre est à l'altitude $h_{\text{cim}} = h_{\text{gs}} + 300$ km. La période de révolution d'un déchet sur l'orbite cimetièrre est donc :

$$T_{\text{cim}} = T_{\text{sid}} \sqrt{\frac{(R_T + h_{\text{cim}})^3}{(R_T + h_{\text{gs}})^3}} = 8,71 \times 10^4 \text{ s}$$

- 50 1. a. **Cours 1b p. 380 (manuel de l'élève)**
 b. **Cours 2b p. 381 (manuel de l'élève)**

2. L'altitude de ce satellite étant $h = 810$ km, le rayon de son orbite est $r = R_T + h$. La période de révolution d'un tel satellite est donc :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}} = 6,06 \times 10^3 \text{ s}$$

En un jour, soit 86 400 s, il fait donc :

$$\frac{86\,400}{6,06 \times 10^3} = 14,3 \text{ tours de la Terre}$$

- 51 1. a. Voir schéma ci-contre.

b. Seule la force $\vec{F}_{O/S}$ est supposée s'appliquer sur le Soleil, donc la

deuxième loi de Newton s'écrit : $m_s \vec{a}_s = \vec{F}_{O/S}$

$$\text{soit } m_s \vec{a}_s = -G \frac{m_s M_G}{r^2} \vec{u}$$

$$\text{On en déduit } \vec{a}_s = -G \frac{M_G}{r^2} \vec{u}$$

c. Le mouvement du Soleil peut être considéré comme circulaire, puisque la distance OS est constante.

d. En repère de Frenet : $\vec{a}_s = \frac{v_s^2}{r} \vec{u}_n + \frac{dv_s}{dt} \vec{u}_t$
 où v_s est la norme de la vitesse du Soleil dans le référentiel d'étude et où les vecteurs unitaires ont été définis plus haut.

e. Les deux expressions de l'accélération donnent $\frac{v_s^2}{r} \vec{u}_n + \frac{dv_s}{dt} \vec{u}_t = -G \frac{M_G}{r^2} \vec{u}$ avec $\vec{u} = -\vec{u}_n$ puisque le mouvement est circulaire. On en déduit, en projection

sur le vecteur tangentiel, $\frac{dv_s}{dt} = 0$, donc v_s est constante : le mouvement est bien uniforme.

Et en projection sur le vecteur normal, il vient :

$$\frac{v_s^2}{r} = G \frac{M_G}{r^2} \text{ d'où } v_s = \sqrt{\frac{GM_G}{r}}$$

f. La période de révolution du Soleil autour du centre galactique est $T_s = \frac{2\pi r}{v_s}$, ce qui donne bien :

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_G}}$$

$$2. \text{ a. } T_s = 250 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60$$

$$T_s = 7,88 \times 10^{15} \text{ s}$$

$$r = 2,7 \times 10^4 \times 3,00 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60$$

$$r = 2,6 \times 10^{20} \text{ m}$$

b. De l'expression de T_s , on déduit :

$$M_G = \frac{4\pi^2 r^3}{GT_s^2} = 1,6 \times 10^{41} \text{ kg}$$

c. 10^{12} fois la masse solaire, c'est environ 2×10^{42} kg. Ce modèle sous-estime la masse totale de la galaxie d'un facteur 10. Il fait comme si toute la masse de la galaxie était concentrée en son centre, ce qui est probablement abusif.

52 a. $T_{\text{sol}} = 24 \times 60 \times 60 = 86\,400 \text{ s}$

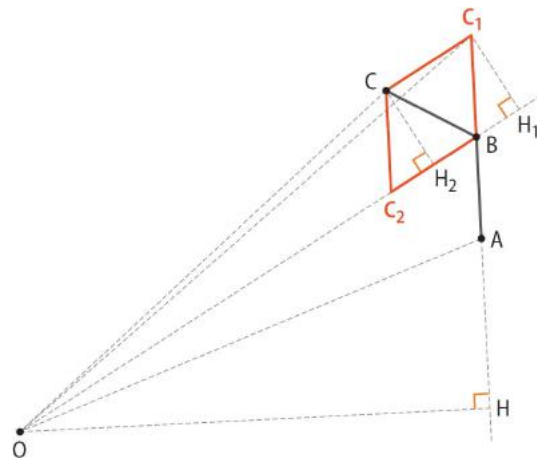
b. En un jour solaire, la Terre fait un peu plus d'un tour sur elle-même. Au bout de 365 jours solaires, elle aura donc fait 366 tours sur elle-même.

c. On en déduit que $365T_{\text{sol}} = 366T_{\text{sid}}$

$$\text{d'où } T_{\text{sid}} = \frac{365 \times 86\,400}{366} = 86\,164 \text{ s} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s.}$$

53 a. Si aucune force ne s'appliquait, le satellite irait de B en C_1 avec un mouvement rectiligne et uniforme, d'après la première loi de Newton, donc $BC_1 = AB$.

b. Sur le schéma, on voit que les deux triangles OAB et OBC_1 ont une hauteur de même longueur OH et des bases de même longueur, donc ont la même aire.



c. On matérialise les hauteurs des triangles OBC_1 et OBC parvenant sur la base (OB). Ces deux hauteurs ont une longueur identique vu que $(CC_1) \parallel (OB)$. Les deux triangles OBC_1 et OBC ont donc la même aire.

d. On vient de montrer que OAB et OBC ont la même aire. Les aires balayées par le segment reliant O au satellite sont donc égales pendant des durées égales : c'est la deuxième loi de Kepler.

Remarquons que la démonstration ne fait pas d'hypothèse sur l'expression de la force subie : c'est la traduction du fait que la deuxième loi de Kepler est vraie quelle que soit la force du moment qu'elle est dirigée vers un point fixe.

54 1. a. Pour que le satellite soit à l'équilibre sur l'orbite géostationnaire il faut que son accélération sur cette orbite soit nulle, ce qui se produit aux longitudes 75° , 165° , 255° et 345° , approximativement.

b. Prenons le satellite à la longitude 75° et perturbons-le un peu pour l'envoyer vers l'est. Sa longitude augmente un peu, donc son accélération longitudinale est un peu négative, ce qui revient à dire qu'il est freiné puis ramené vers sa position initiale. Le raisonnement inverse s'applique si on l'envoie vers l'ouest. Cette position est donc stable. Il en va de même pour la position à 255° .

En revanche, le même raisonnement à 165° ou à 345° donne le résultat inverse : si on perturbe le satellite placé là en l'envoyant vers l'est, son accélération est positive, donc l'éloigne encore de sa position initiale. Ces deux positions sont donc instables.

2. a. Pour la longitude de stationnement de ce satellite, l'accélération longitudinale est négative, donc le satellite dérive vers l'ouest.

b. Si l'on veut le ramener vers l'est, il faut augmenter sa vitesse, donc diminuer son altitude.

55 La relation $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ s'écrit aussi $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3$.

En prenant le logarithme népérien des deux membres

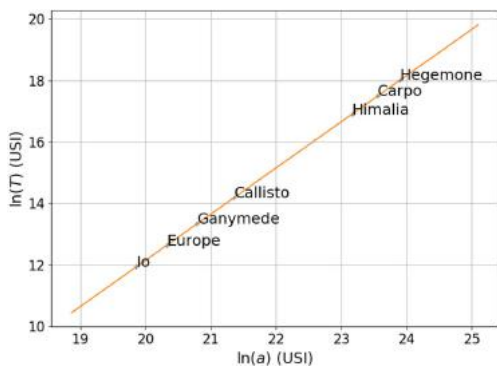
de cette égalité, il vient $2\ln(T) = 3\ln(a) + \ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$,

puis $\ln(T) = \frac{3}{2}\ln(a) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$.

L'ordonnée à l'origine est $p = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$

d'où l'on extrait $\frac{4\pi^2}{GM} = e^{2p}$ puis $M = \frac{4\pi^2}{Ge^{2p}}$.

On relève les masses et fait le tracé demandé.



Le coefficient directeur de la droite obtenue est 1,50 USI (valeur attendue $\frac{3}{2}$ exactement) et l'ordonnée à l'origine, $p = -17,9$ USI. La masse de Jupiter calculée est ainsi $M = 2,18 \times 10^{27}$ kg. L'écart relatif est de 15 %, ce qui est assez important : la méthode fait intervenir dix puissance une grandeur déterminée graphiquement, donc la moindre petite erreur sur la détermination graphique induit une très grande erreur sur la masse calculée.

56 a. D'après la troisième loi de Kepler, la période de révolution d'un point de l'anneau dépend de la distance entre ce point et le centre de Saturne. L'anneau ne tourne donc pas en bloc.

b. Soit T_{int} la période de révolution de l'intérieur de l'anneau B, de rayon $r_{\text{int}} = 9,2 \times 10^4$ km.

Soit T_{ext} la période de révolution de l'extérieur de l'anneau, de rayon $r_{\text{ext}} = 1,18 \times 10^5$ km.

D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T_{\text{int}}^2}{r_{\text{int}}^3} = \frac{T_{\text{ext}}^2}{r_{\text{ext}}^3}$

d'où l'on déduit $\frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{int}}} = \left(\frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{int}}}\right)^{3/2} = 1,5$

Lorsque le bord externe fait un tour, le bord interne en fait un et demi.

57 a. Le référentiel saturnocentrique est supposé galiléen pour l'étude de la sonde. La sonde est fixe dans le référentiel de Saturne.

b. La sonde doit aussi se trouver sur l'équateur de Saturne, sinon la sonde passera d'un hémisphère à l'autre.

c. Reprendre le cours pour montrer que :

$$h = \sqrt[3]{\frac{T_{\text{Sat}}^2 GM_S}{4\pi^2}} - R_S$$

On calcule $h = 5,121 \times 10^4$ km.

58 a. On fait l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

b. On a $\vec{P} = m\vec{g}$. D'après la deuxième loi de Newton,

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} \quad \text{d'où} \quad \vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{T}}{m}$$

c. On étudie à présent l'ISS, de masse m_{ISS} , dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Elle ne subit que la force gravitationnelle de la Terre s'écrivant $m_{\text{ISS}}\vec{g}$. La deuxième loi de Newton

appliquée à l'ISS s'écrit $m_{\text{ISS}}\vec{a} = m_{\text{ISS}}\vec{g}$, puisque l'accélération de l'ISS, nous dit l'énoncé, est la même que celle de l'objet étudié précédemment. On en déduit bien que $\vec{a} = \vec{g}$.

d. Or, on a montré que $\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{T}}{m}$. Cela implique donc que $\vec{T} = \vec{0}$: l'objet ne tend pas le fil, donc est bien en impesanteur.

Exercice 59 corrigé à l'adresse hatier-clic.fr/pct396

60 1. Le demi-grand axe de l'orbite de Hohmann est $a = \frac{R_1 + R_2}{2} = 1,89 \times 10^8$ km.

2.1. La période s'écrit : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}}$

donc $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}}$

D'après l'unité de G, la grandeur GM_S est en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$.

Le quotient $\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}$ est donc en s^2 , et Δt est bien en s : la relation est homogène.

► Exercice 48 p. 392 (manuel de l'élève)

2.2. On calcule $\Delta t = 2,24 \times 10^7$ s, soit 259 j. Entre le 26 novembre 2011 et le 6 août 2012, il s'écoule :

$$30 - 26 + 31 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 6 = 253 \text{ j}$$

Ces grandeurs ne sont pas très cohérentes, vu que la mission inclut aussi la mise en orbite basse et les manœuvres de mise en place du robot, donc devrait être plus longue que la demi-orbite.

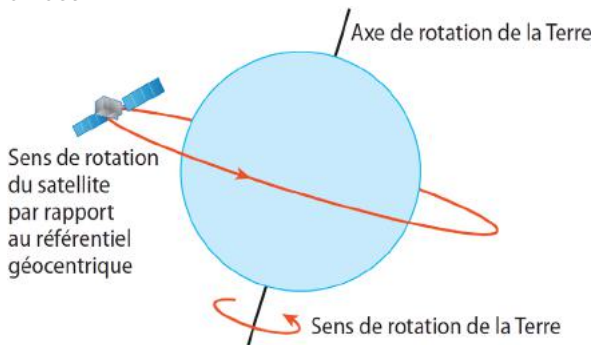
3. Pendant les 259 j du parcours de l'orbite, Mars parcourt la portion d'orbite repérée par l'angle β . Et il fait 360° sur son orbite en 1,88 an.

On a donc $\beta = 360^\circ \times \frac{259}{1,88 \times 365} = 136^\circ$

donc $\alpha = 180^\circ - \beta = 44^\circ$.

61 1.1. Énoncé et schéma de la deuxième loi de Kepler : ▶ Cours 3b p. 382 (manuel de l'élève)

1.2. Les satellites SPOT et Météosat étant en mouvement circulaire dans le référentiel géocentrique, leur mouvement est donc uniforme.
 1.3. Météosat tourne autour de la Terre dans le même sens que la Terre sur elle-même, donc d'ouest en est.



1.4. La période de SPOT est $T_S = 101,4$ min. Sa vitesse par rapport au référentiel géocentrique a donc pour norme $v = \frac{2\pi(R_T + h_S)}{T_S} = 7,45 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1.5. Énoncé de la troisième loi de Kepler : ▶ Cours 3c p. 383 (manuel de l'élève)

1.6. D'après la troisième loi de Kepler :

$$\frac{T_M^2}{(R_T + h_M)^3} = \frac{T_S^2}{(R_T + h_S)^3}$$
 où T_M est la période de révolution du satellite Météosat, qui est géostationnaire.

L'énoncé ne donnant pas le jour sidéral, on est conduit à prendre $T_M = 24$ h exactement. On en déduit finalement :

$$h_M = (R_T + h_S) \sqrt[3]{\frac{T_M^2}{T_S^2}} - R_T = 3,59 \times 10^4 \text{ km.}$$

2.1. Puisqu'il y a 6 000 détecteurs et que chacun couvre 10 m, la fauchée vaut 60 km.
 2.2. Puisque la Terre tourne vers l'est pendant que le satellite fait un tour, la fauchée correspondant à la n^{e} révolution de SPOT est plus à l'ouest que celle de la $(n-1)^{\text{e}}$ révolution.

2.3. En 24 h environ, la Terre tourne de 360° donc, en 101,4 min, elle tourne de $360^\circ \times \frac{101,4}{24 \times 60} = 25^\circ$.

La fauchée se déplace donc de :

$$\frac{25^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R_T = 2,83 \times 10^3 \text{ km}$$

2.4. Les parties du globe les plus fréquemment couvertes par SPOT sont les pôles.

2.5. Le [doc. 1](#) indique que le satellite observe la même région tous les 26 jours. En 26 jours, le satellite réalise $\frac{26 \times 24 \times 60}{101,4} = 369$ tours. C'est bien plus que le strict nécessaire si les fauchées ne se recouvraient pas (il suffirait de $\frac{360^\circ}{25^\circ} = 15$ tours).