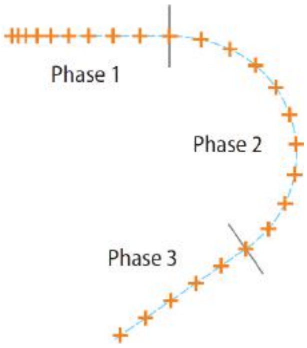
10. Cinématique du point

Activités

p. 260 à 263

① Vecteur accélération



1. a. D'après le doc. 1 :
« Les deux premières positions de la voiture sont si proches qu'elles semblent confondues sur le schéma. »
Il y a donc 10 intervalles de temps dans la phase 1 et dans la phase 2.
Les phases 1 et 2 durent 10,0 s. On en déduit donc que la durée entre 2 positions successives correspond à 1,00 s.
Pour vérifier que la norme de la vitesse reste inchangée au cours de la phase 2 et de la phase 3, on mesure (avec sa règle) la distance entre deux positions successives à différents moments. Cette distance étant toujours la même, on en déduit que la vitesse est toujours identique en norme.
b. Il s'agit du point de vue de l'élève. Normalement, l'élève sait qu'il n'y a pas d'accélération en phase 3. Il peut aussi dire (de manière erronée) qu'il n'y en a pas en phase 2.

2. a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$ Ainsi, $v_x(t)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point considéré. La courbe est une fonction croissante, le coefficient directeur est positif, donc $v_x(t)$ est positif.
La courbe n'est pas une fonction linéaire et devient de plus en plus pentue. Ainsi, au fur et à mesure, $v_x(t)$ augmente.
b. $x(t) = \frac{1}{2}kt^2$ Ainsi, $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = kt$.
D'après le doc. 1, $k > 0$. $v_x(t)$ est donc positive.
$\frac{dv_x}{dt}(t) = k > 0$ donc $v_x(t)$ augmente avec le temps.
Ces constatations sont en accord avec la question **2a**.
c. Comme $v_x(t) = kt$, $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = k$.
De plus, y est nulle à tout moment.
$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = 0$ et $a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = 0$.
Le vecteur accélération est donc constant. Il est dirigé selon l'axe des x dans le sens des x croissant.

3. La norme de la vitesse est inchangée (**1a**) mais comme le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire, on en déduit que la direction du vecteur vitesse change. Le vecteur vitesse n'est donc pas constant.
Le vecteur accélération ne peut donc pas être nul.

4. Dans cette phase la norme de la vitesse est inchangée (**1a**). La trajectoire est, cette fois-ci, une droite, la direction du vecteur vitesse reste identique. Le vecteur vitesse est donc constant sur cette phase 3. Le vecteur accélération est nul dans cette troisième phase.

Bilan

- Si on dispose des coordonnées de la position d'un point au cours du temps (ses équations horaires), en dérivant par rapport au temps ces coordonnées, on détermine les coordonnées du vecteur vitesse.
En dérivant par rapport au temps les coordonnées du vecteur vitesse, on détermine les coordonnées du vecteur accélération.
- Pour que le vecteur accélération soit nul, il faut que la norme du vecteur vitesse soit constante (mouvement uniforme) mais aussi sa direction et son sens (mouvement rectiligne).
Ainsi, le vecteur accélération ne peut être nul que pour des mouvements rectilignes uniformes.

② Étude d'une chronophotographique

1. a. Les enregistrements 1 et 2 montrent des mouvements circulaires. Les enregistrements 3 et 4 montrent des mouvements rectilignes.

b. Les mouvements uniformes sont les mouvements des enregistrements 1 et 3. En effet, la distance parcourue entre deux points successifs semble la même à tout instant.

2. Traçons le vecteur vitesse au point 3.

Pour tracer le vecteur vitesse au point M_3, on détermine la vitesse moyenne entre le point d'avant et le point d'après : $v_3 = \dfrac{M_2M_4}{2\Delta t}$

Sur la figure, M_2M_4 mesure 4,0 cm.

$$v_3 = \frac{4{,}0 \times 10^{-2}}{2 \times 100 \times 10^{-3}} = 0{,}20 \text{ m·s}^{-1}$$

Sur le schéma le vecteur vitesse $\vec{v}_3$ est tangent à la trajectoire, a le sens du mouvement et sa longueur, compte tenu de l'échelle, est 4,0 cm.

De même, au point 5 : $v_5 = 0{,}20$ m·s^{-1}

Sur le schéma le vecteur vitesse $\vec{v}_5$ a une longueur de 4,0 cm.

On construit $\Delta\vec{v}_4$. On mesure sa norme. Sur le schéma, le vecteur a une longueur de 2,0 cm.

Ainsi : $\Delta\vec{v}_4 = 0{,}10$ m·s^{-1}

La norme du vecteur accélération est :

$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \frac{0{,}10}{2 \times 100 \times 10^{-3}} = 0{,}50 \text{ m·s}^{-2}$$

Sur le schéma, le vecteur accélération $\vec{a}_4$ a même sens et même direction que le vecteur $\Delta\vec{v}_4$. Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est 5,0 cm.

Vecteur vitesse au point 7 : $v_7 = 0{,}20$ m·s^{-1} (4,0 cm sur le schéma).

Vecteur vitesse au point 9 : $v_9 = 0{,}20$ m·s^{-1} (4,0 cm sur le schéma).

La construction de $\Delta\vec{v}_8$ a une longueur de 2,0 cm sur le schéma, soit $\Delta v_8 = 0{,}10$ m·s^{-1}. On en déduit que $a_8 = 0{,}50$ m·s^{-2}. $\vec{a}_8$ a même sens et même direction que le vecteur $\Delta\vec{v}_8$ (5,0 cm sur le schéma).

Les deux vecteurs $\vec{a}_4$ et $\vec{a}_8$ ont même norme, mais leurs directions ne sont pas les mêmes.

3. Pour tracer les vecteurs accélération :

- au point **3** et au point **6** pour l'**enregistrement 2** :

Point considéré *i*	**Point où est mesurée la vitesse *n***	**Mesure de la distance $M_{n-1}M_{n+1}$** (en cm)	**Norme de la vitesse en ce point v_n** (en m·s^{-1})	**Longueur de la flèche $\vec{v}_n$ compte tenu de l'échelle** (en cm)	**Mesure de la longueur de la flèche $\Delta\vec{v}_1$** (en cm)	**Norme de la variation du vecteur vitesse Δv_i** (en m·s^{-1})	**Norme de l'accélération a_i** (en m·s^{-2})	**Longueur de la flèche $\vec{a}_1$ compte tenu de l'échelle** (en cm)
$i = 3$	$n = i - 1 = 2$	6,5	0,33	6,5	3,9	0,20	0,98	9,8
	$n = i + 1 = 4$	4,9	0,25	4,9				
$i = 6$	$n = i - 1 = 5$	4,1	0,21	4,1	2,8	0,14	0,70	7,0
	$n = i + 1 = 7$	2,5	0,13	2,5				

- au point **3** et au point **7** pour l'**enregistrement 3** :

Point considéré *i*	**Point où est mesurée la vitesse *n***	**Mesure de la distance $M_{n-1}M_{n+1}$** (en cm)	**Norme de la vitesse en ce point v_n** (en m·s^{-1})	**Longueur de la flèche $\vec{v}_n$ compte tenu de l'échelle** (en cm)	**Mesure de la longueur de la flèche $\Delta\vec{v}_1$** (en cm)	**Norme de la variation du vecteur vitesse Δv_i** (en m·s^{-1})	**Norme de l'accélération a_i** (en m·s^{-2})	**Longueur de la flèche $\vec{a}_1$ compte tenu de l'échelle** (en cm)
$i = 3$	$n = i - 1 = 2$	2,15	0,11	2,15	0	0	0	0
	$n = i + 1 = 4$	2,15	0,11	2,15				
$i = 7$	$n = i - 1 = 6$	2,15	0,11	2,15	0	0	0	0
	$n = i + 1 = 8$	2,15	0,11	2,15				

- au point **5** et au point **8** pour l'**enregistrement 4** :

Point considéré *i*	**Point où est mesurée la vitesse *n***	**Mesure de la distance $M_{n-1}M_{n+1}$** (en cm)	**Norme de la vitesse en ce point v_n** (en m·s^{-1})	**Longueur de la flèche $\vec{v}_n$ compte tenu de l'échelle** (en cm)	**Mesure de la longueur de la flèche $\Delta\vec{v}_1$** (en cm)	**Norme de la variation du vecteur vitesse Δv_i** (en m·s^{-1})	**Norme de l'accélération a_i** (en m·s^{-2})	**Longueur de la flèche $\vec{a}_1$ compte tenu de l'échelle** (en cm)
$i = 5$	$n = i - 1 = 4$	1,8	0,090	1,8	1,1	0,055	0,28	2,8
	$n = i + 1 = 6$	2,9	0,15	2,9				
$i = 8$	$n = i - 1 = 7$	3,5	0,18	3,5	1,2	0,060	0,30	3,0
	$n = i + 1 = 9$	4,7	0,24	4,7				

Bilan

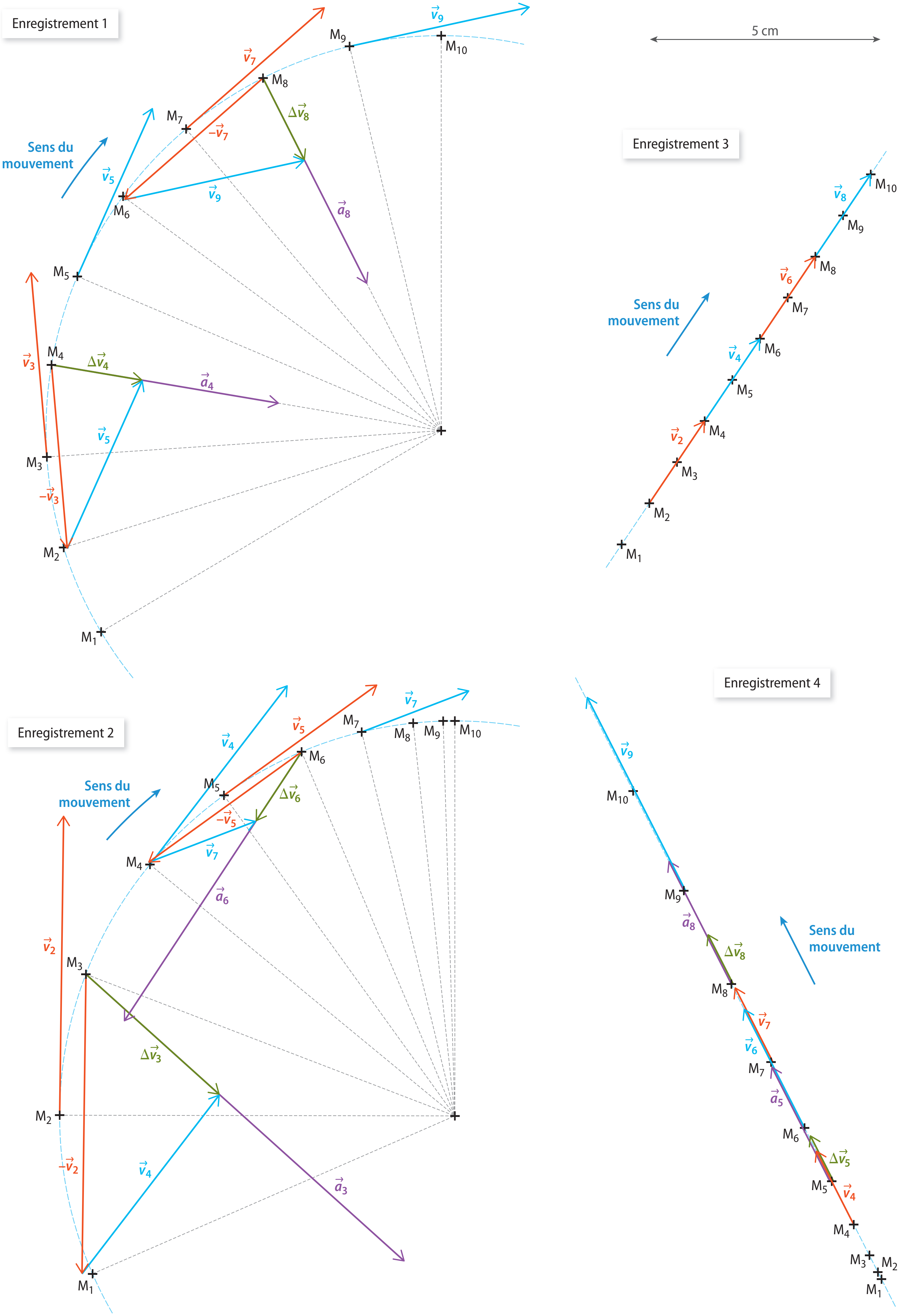
- Pour l'enregistrement 1, l'accélération est non nulle. Elle est centripète.

Pour l'enregistrement 2, l'accélération est non nulle, mais du fait du freinage elle n'est pas uniquement centripète.

Pour l'enregistrement 3, l'accélération est nulle.

Pour l'enregistrement 4 l'accélération est non nulle, et dirigée dans la direction et dans le sens du mouvement.

- L'accélération est donc nulle uniquement pour un mouvement rectiligne uniforme (enregistrement 3).


Enregistrement 1
5 cm
Sens du mouvement
$\vec{v}_9$
$\vec{v}_7$
$-\vec{v}_7$
$\Delta\vec{v}_8$
$\vec{v}_5$
$\vec{a}_8$
$\vec{v}_3$
$\Delta\vec{v}_4$
$\vec{a}_4$
$-\vec{v}_3$
M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8 M_9 M_{10}
Enregistrement 3
Sens du mouvement
$\vec{v}_8$
$\vec{v}_6$
$\vec{v}_4$
$\vec{v}_2$
M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8 M_9 M_{10}
Enregistrement 2
Sens du mouvement
$\vec{v}_4$
$\vec{v}_5$
$\vec{v}_7$
$-\vec{v}_5$
$\Delta\vec{v}_6$
$\vec{a}_6$
$\vec{v}_2$
$\Delta\vec{v}_3$
$-\vec{v}_2$
$\vec{a}_3$
M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8 M_9 M_{10}
Enregistrement 4
Sens du mouvement
$\vec{v}_9$
$\vec{a}_8$
$\Delta\vec{v}_8$
$\vec{v}_7$
$\vec{v}_6$
$\vec{a}_5$
$\Delta\vec{v}_5$
$\vec{v}_4$
M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8 M_9 M_{10}

③ Étude d'un mouvement filmé

Exemples de calculs réalisés avec Latis-Pro :

=(Vy[n+1]-Vy[n-1])/(Temps.Mouvement Y[n+1]-Temps.Mouvement Y[n-1])

=(Vx[n+1]-Vx[n-1])/(Temps.Mouvement X[n+1]-Temps.Mouvement X[n-1])

=(Mouvement Y[n+1]-Mouvement Y[n-1])/(Temps.Mouvement Y[n+1]-Temps.Mouvement Y[n-1])

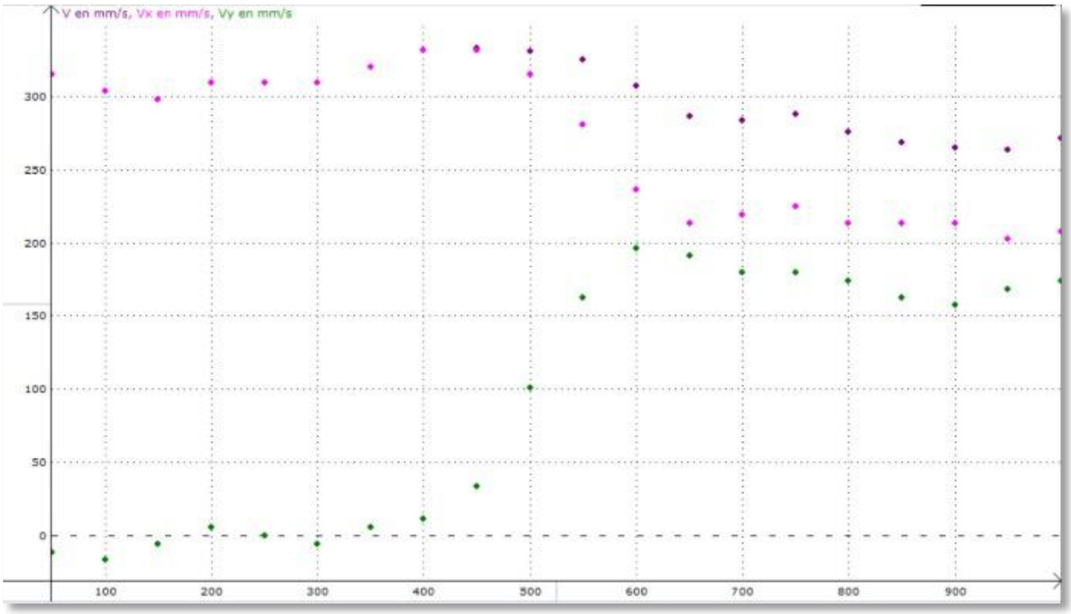
=(Mouvement X[n+1]-Mouvement X[n-1])/(Temps.Mouvement X[n+1]-Temps.Mouvement X[n-1])

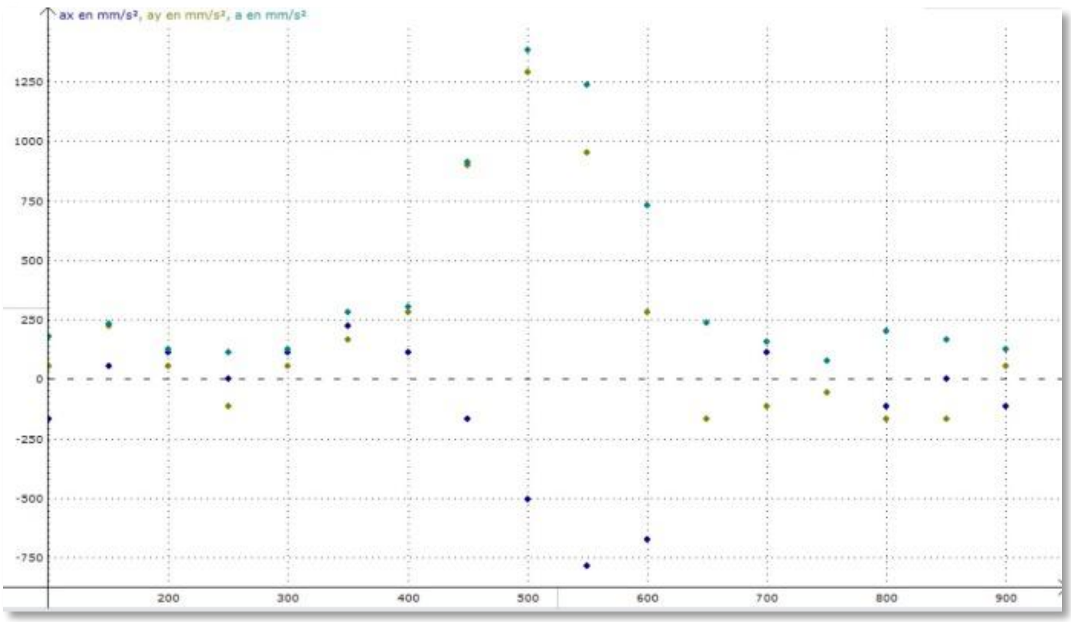
=(Vx^2+Vy^2)^0.5

=(ax^2+ay^2)^0.5

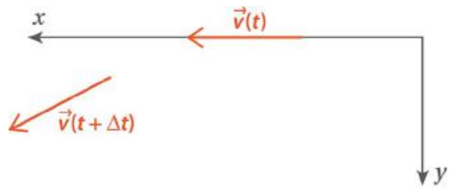
Temps (Mouvement Y)	Mouvement Y	Vx	Vy	V	ax	ay	a
s	m	m/s	m/s	m/s	m/s²	m/s²	m/s²
0 s	803,074 µm						
50 ms	241,974 µm	0,315 m/s	-11,222 mm/s	0,315 m/s			
0,1 s	-319,125 µm	0,303 m/s	-16,833 mm/s	0,304 m/s	-0,169 m/s²	56,11 mm/s²	0,178 m/s²
0,15 s	-1,441 mm	0,298 m/s	-5,611 mm/s	0,298 m/s	56,173 mm/s²	0,224 m/s²	0,231 m/s²

Exemples de courbes obtenues :





1. a. Compte tenu des erreurs de pointage, la vitesse semble constante, en norme.
b. v_x diminue, sans devenir négative. v_y, au début nulle, devient positive.
Le vecteur vitesse, au départ entièrement dirigé selon l'axe des abscisses, est dévié dans la direction des ordonnées croissantes.

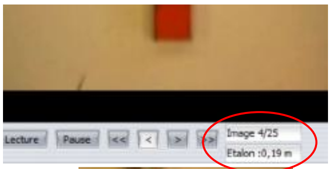


Ces constatations sont en accord avec le mouvement de la bille.
2. a. L'accélération semble non nulle entre t_1 = 400 ms et t_2 = 700 ms.
Attention pour comparer clairement ces mesures avec les positions sur la vidéo, il faut (avec le logiciel Latis-Pro) repérer à quelles images les instants correspondent (en regardant par exemple dans le tableur).

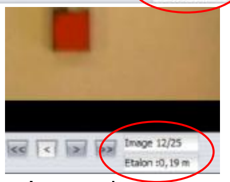
6	0,25 s	76,388 mm	0,25 s
7	0,3 s	91,554 mm	0,3 s
8	0,35 s	0,107 m	0,35 s
9	0,4 s	0,124 m	0,4 s
10	0,45 s	0,14 m	0,45 s
11	0,5 s	0,157 m	0,5 s

Dans ce cas, l'instant t_1 = 400 ms correspond à la 9e ligne du tableur.
Il faut ensuite prendre en compte le fait que l'image 1 du tableur correspond à la première image sur laquelle la position de la bille a été repérée (la position du premier « clic »).

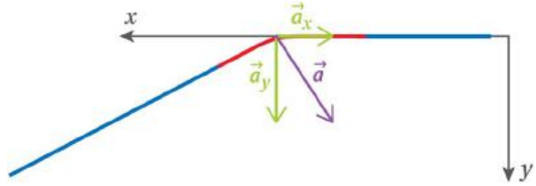
Dans le cas envisagé, la balle se trouve à la première position cliquée (la 1re ligne du tableur) à la 4e image de la vidéo.



C'est donc l'image 12 de la vidéo qui correspond à la 9e ligne du tableur, c'est-à-dire à l'instant t_1 = 400 ms.



Une fois ces précautions prises, on s'aperçoit que l'accélération devient non nulle au moment de la déviation de la bille.
c. En rouge, la partie de la trajectoire où l'accélération est non nulle :



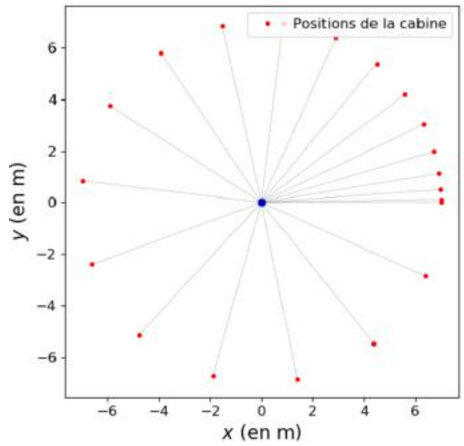
Au moment de la déviation, la coordonnée a_x devient négative, tandis que la coordonnée a_y est positive.
On en déduit l'orientation approximative du vecteur accélération $\vec{a}$.

Bilan

- C'est au moment de la déviation que l'accélération de la bille devient non nulle (et ce, alors même que la norme de la vitesse est constante). Alors même que la norme du vecteur vitesse est constante, l'accélération est non nulle au moment de la déviation.
- En généralisant la construction réalisée ci-dessus, on peut dire que l'accélération est dirigée vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire.

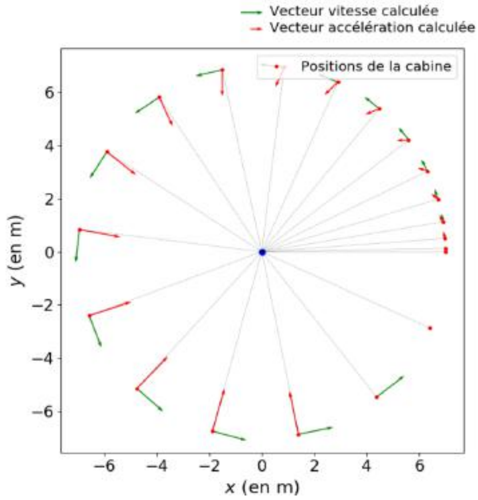
④ Mouvement circulaire

1.



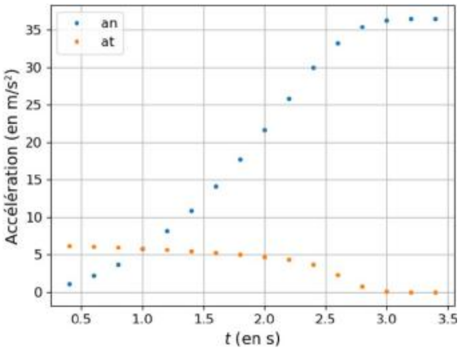
a. Le mouvement de la cabine est tout d'abord circulaire accéléré (phase 1).
Il devient ensuite circulaire uniforme.
Pour la deuxième sous-question, l'idée est de laisser émerger la conception trop souvent partagée par les élèves qu'un point subit une accélération lorsque sa vitesse varie. On peut ainsi s'attendre à ce que les élèves disent que l'accélération sera non nulle dans la première phase du mouvement uniquement.

b.
```
#Calculs approchés des coordonnées des vitesses
for i in range(1,N-2):
    vx[i] = (x[i+1]-x[i-1])/(2*Dt)
    vy[i] = (y[i+1]-y[i-1])/(2*Dt)
#Calculs approchés des coordonnées des accélérations
for i in range(2,N-3):
    ax[i] = (vx[i+1]-vx[i-1])/(2*Dt)
    ay[i] = (vy[i+1]-vy[i-1])/(2*Dt)
```



Le vecteur accélération n'est nul à aucun moment. Au départ, il n'est pas centripète. Ensuite, dans la deuxième phase du mouvement, il devient centripète. Il est à tout moment dirigé vers l'intérieur de la courbure.

2. a.



Le vecteur accélération s'exprime dans la base de Frenet : $\vec{a} = a_t\,\vec{u}_t + a_n\,\vec{u}_n = \dfrac{dv}{dt}\,\vec{u}_t + \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

Ainsi, $a_t = \dfrac{dv}{dt}$ et $a_n = \dfrac{v^2}{R}$.

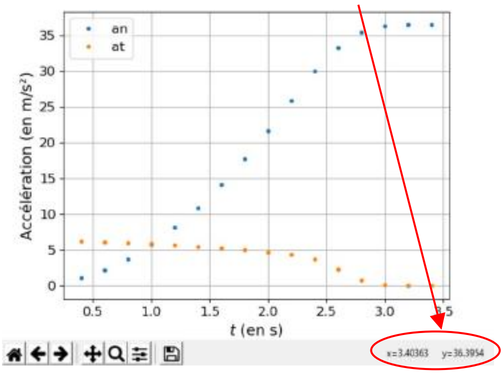
On sait que dans la première partie du mouvement, le mouvement de la cabine est accéléré, sa vitesse augmente. $\dfrac{dv}{dt} > 0$ et ainsi, $a_t = \dfrac{dv}{dt} > 0$.

b. Comme, dans la deuxième partie du mouvement, la vitesse de la cabine devient constante, $\dfrac{dv}{dt} = 0$.

Ainsi, $a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0$.

c. Lorsque la cabine ralentira, sa vitesse diminuera : $\dfrac{dv}{dt} < 0$ et ainsi, $a_t = \dfrac{dv}{dt} < 0$. La courbe prendra des valeurs négatives, puis s'annulera lorsque la cabine sera arrêtée : $\dfrac{dv}{dt} = 0$ implique $a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0$. La courbe représentant a_t en fonction de t aura l'allure suivante.

d. Lorsque la cabine a une vitesse stabilisée (en norme), l'accélération a seulement une composante normale, selon $\vec{u}_n$. Ainsi, l'accélération totale subie par la cabine correspond à la coordonnée a_n de l'accélération. Sur le graphique obtenu par le programme (en utilisant les coordonnées du réticule qui s'affiche en bas à droite de la fenêtre), on mesure une accélération finale : $a = a_n = 36{,}4\ \text{m·s}^{-2}$



Cette accélération correspond à $3{,}71g$.

En effet : $\dfrac{a}{g} = \dfrac{36{,}4}{9{,}81} = 3{,}71$

Cette valeur est donc assez proche de la valeur attendue ($4g$).

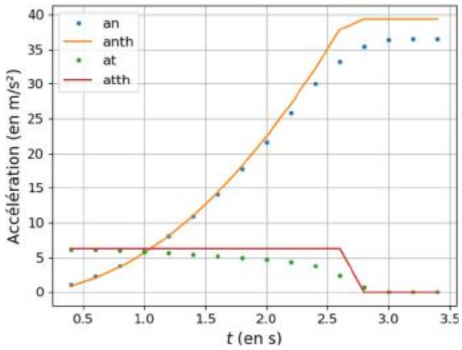
3. a. Lorsque $t \in [0\ \text{s}\ ;\ 2{,}65\ \text{s}]$:

$v(t) = kt \qquad a_t = \dfrac{dv}{dt} = k \qquad a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(kt)^2}{R}$

À partir du demi-tour suivant, la norme de la vitesse est constante. Lorsque $t \in \,]2{,}65\ \text{s}\ ;\ +\infty[$:

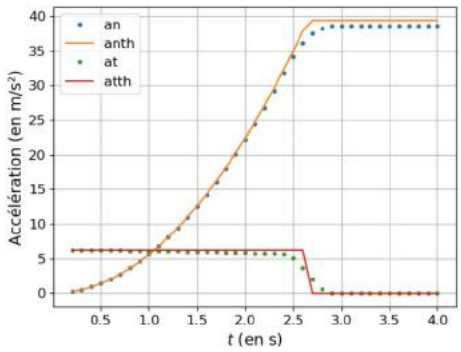
$v_t = v_0 \qquad a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0 \qquad a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(v_0)^2}{R}$

```
#Calculs théoriques de l'accélération
for i in range(1,N-1):
    if temps[i] <= 2.65 :
        anth[i] = (k*temps[i])**2/R
        atth[i] = k
    else :
        anth[i] = v0**2/R
        atth[i] = 0
```



3. b.

```
#Le fichier csv d'où l'importation des valeurs est effectuée
fichier_importe = 'pointage_centrifugeuse_2.csv'
#Ne pas modifier les 4 lignes suivantes
with open(fichier_importe, newline='') as csvfile:
    spamreader = csv.reader(csvfile,
delimiter=' ;', quotechar='|')
    for row in spamreader:
        table.append(row)
Dt = 0.100        #pas de temps en s
```



Avec davantage de points, les courbes calculées se rapprochent des courbes théoriques.

Exercices

*Exercices **1** à **17** corrigés à la fin du manuel de l'élève.*

*Exercices **18** à **20** corrigés dans le manuel de l'élève.*

21 a. Tracé du vecteur vitesse au point M_3 : $v_3 = \frac{M_2M_4}{2\Delta t}$

M_2M_4 = 5,0 m (sur la figure, 2,5 cm).

$v_3 = \frac{5,0}{2 \times 0,500} = 5,0\ m \cdot s^{-1}$

Sur le schéma, le vecteur vitesse $\vec{v}_3$ a une longueur de 2,5 cm.

On fait de même pour v_5 et v_{11} :

M_4M_6 = 5,0 m implique

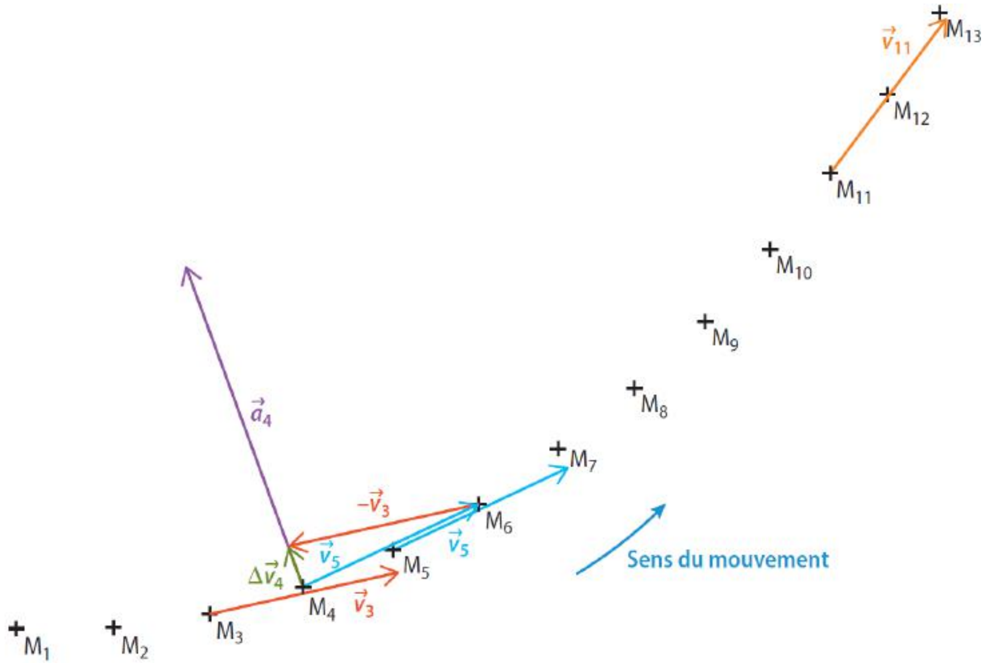
$v_5 = \frac{M_4M_6}{2\Delta t} = 5,0\ m \cdot s^{-1}$.

Sur le schéma, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, a le sens du mouvement et sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 2,5 cm.

$M_{10}M_{12}$ = 5,0 m implique

$v_{11} = \frac{M_{10}M_{12}}{2\Delta t} = 5,0\ m \cdot s^{-1}$.

Sur le schéma $\vec{v}_5$ et $\vec{v}_{11}$ ont tous deux une longueur de 2,5 cm.



b. Voir la figure ci-contre.

Le vecteur correspondant à la variation du vecteur vitesse est représenté par une flèche de longueur 0,55 cm : $\Delta v_4 = 1,1\ m \cdot s^{-1}$

c. La norme du vecteur accélération est : $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \frac{1,1}{2 \times 0,500} = 1,1\ m \cdot s^{-2}$

Voir la figure ci-dessus.

Sur le schéma, le vecteur accélération $\vec{a}_3$ a le même sens et la même direction que $\Delta\vec{v}_4$.

Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 4,4 cm.

d. Le mouvement est uniforme.

22 1. t : le temps en secondes (s)

Δt : une durée en secondes (s)

$x(t)$: l'abscisse du point en mètres (m)

$v(t)$: la norme du vecteur vitesse en mètres par seconde ($m \cdot s^{-1}$)

$v_x(t)$: la coordonnée selon l'axe (Ox) du vecteur vitesse en mètres par seconde ($m \cdot s^{-1}$)

R : une distance qui s'exprime en mètres (m)

Une accélération s'exprime en mètres par seconde carré ($m \cdot s^{-2}$).

2. a. $\frac{v(t)^2}{R}$ est en $m \cdot s^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

b. $\frac{dx}{dt}(t)$ est en $m \cdot s^{-1}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

c. $\frac{d^2v_x}{dt^2}(t)$ est en $m \cdot s^{-3}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

d. $v_x(t + \Delta t) - v_x(t - \Delta t)$ est en $m \cdot s^{-1}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

e. $\frac{d^2x}{dt^2}(t)$ est en $m \cdot s^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

f. $\frac{v(t)}{R^2}$ est en $m^{-1} \cdot s^{-1}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

g. $\frac{v_x(t + \Delta t) - v_x(t - \Delta t)}{2\Delta t}$ est en $m \cdot s^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

h. $\frac{v(t)}{R}$ est en s^{-1}. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

i. $\frac{dv_x}{dt}(t)$ est en $m \cdot s^{-2}$. C'est une formule compatible avec une accélération.

23 a. $x(t)$ et $y(t)$ sont en mètres. Ainsi :
• 1,50 est en mètres par secondes carré ($m \cdot s^{-2}$).
• 8,33 est en mètres (m).
• 2,50 est en mètres par secondes au cube ($m \cdot s^{-3}$).
• 5,72 est en mètres par secondes ($m \cdot s^{-1}$).
b. À $t = 0$ s, $x(t = 0) = 8{,}33$ m et $y(t = 0) = 0$ m.
c. $v_x(t) = 3{,}0t$ $v_y(t) = 7{,}50t^2 - 5{,}72$
d. $a_x(t) = 3{,}0$ $a_y(t) = 15{,}0t$

24 a. Le mouvement 1 est rectiligne uniforme.
Le mouvement 2 est rectiligne accéléré (la norme de la vitesse augmente).
Le mouvement 3 est rectiligne décéléré (la norme de la vitesse diminue).
b. Le mouvement 1 est rectiligne uniforme : $a_x(t) = 0$
Le mouvement 2 est rectiligne accéléré (la norme de la vitesse augmente) : $a_x(t) > 0$
Le mouvement 3 est rectiligne décéléré (la norme de la vitesse diminue) : $a_x(t) < 0$
c. Le vecteur accélération :
• pour le mouvement 1 (rectiligne uniforme), est nul ;
• pour le mouvement 2 (rectiligne accéléré), est dans le sens du mouvement (de gauche à droite) ;
• pour le mouvement 3 (rectiligne décéléré), est dans le sens opposé du mouvement (de droite à gauche).

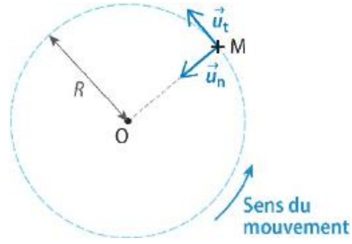
25 a. Un mouvement rectiligne désigne la trajectoire (droite) d'un mouvement. Un mouvement uniforme désigne la norme de la vitesse (constante). Les deux termes sont donc indépendants l'un de l'autre. L'un n'implique donc pas l'autre.
b. L'accélération est nulle uniquement pour les mouvements rectilignes uniformes. Pour les mouvements autres (circulaires ou curvilignes) l'accélération sera non nulle même si le mouvement est uniforme.
c. Un mouvement accéléré se fait avec une accélération non nulle. Uniformément accéléré implique, en plus, que cette accélération reste constante.
d. Un point qui ralentit, n'a pas un mouvement rectiligne uniforme. Il subit donc une accélération. Il est donc accéléré. Le sens de l'accélération est opposé au sens du mouvement.
e. La composante selon $\vec{u}_n$ ne peut pas être nulle (si le mouvement est circulaire). Ainsi, un mouvement circulaire se fait nécessairement avec une accélération.
f. Il y a deux termes à l'accélération donnée dans le repère de Frenet. Si le mouvement circulaire n'est pas uniforme, la composante selon $\vec{u}_t$ n'est pas nulle.

*Exercice **26** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

27	a.	b.	c.	d.
v_x (en $m \cdot s^{-1}$)	1,50	1,50	–2,0	2,0
v_y (en $m \cdot s^{-1}$)	–1,50	3,00	4,0	4,0
v (en $m \cdot s^{-1}$)	2,12	3,35	4,5	4,5

En effet, $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

28 a. $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

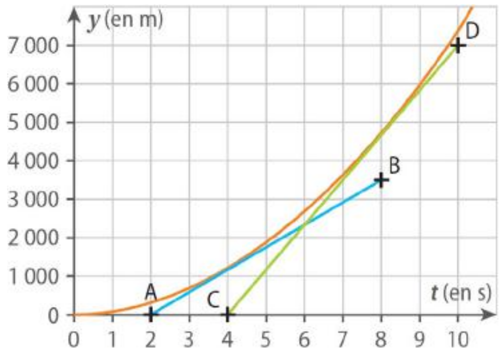


$\vec{u}_t$ est tangent à la trajectoire, son sens correspond au sens du mouvement. $\vec{u}_n$ est dirigé selon le rayon du cercle, vers le centre de celui-ci.
b. Compte tenu de l'expression de l'accélération, le premier terme peut s'annuler si $\frac{dv}{dt}(t) = 0$, c'est-à-dire si le mouvement devient uniforme.
Le deuxième terme ne peut s'annuler que si $v(t)$ devient nulle (absence de mouvement) ou si R devient infini (le mouvement devient alors rectiligne). Ainsi, il ne peut y avoir de mouvement circulaire sans accélération.
c. L'expression de l'accélération dans le repère de Frenet montre que le terme selon $\vec{u}_n$ est nécessairement positif. Le vecteur accélération sera donc toujours dirigé vers l'intérieur de la courbure, ce qui exclut le schéma 4, indépendamment de la situation physique envisagée.
Situation 1. La vitesse augmente en norme : $\frac{dv}{dt}(t) > 0$.
Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est dans le sens de $\vec{u}_t$.
Le schéma correspondant est le schéma 2.
Situation 2. La vitesse diminue en norme : $\frac{dv}{dt}(t) < 0$.
Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est dans le sens opposé à $\vec{u}_t$.
Le schéma correspondant est le schéma 1.
Situation 3. La vitesse est constante en norme : $\frac{dv}{dt}(t) = 0$. Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est nulle. L'accélération est dirigée uniquement selon $\vec{u}_n$.
Le schéma correspondant est le schéma 3.

29 a. Si la vitesse est multipliée par 2, l'accélération est multipliée par 4 :
si $v' = 2v$, alors $a' = \frac{(2v)^2}{R} = \frac{4v^2}{R} = 4a$.
b. Si le rayon est multiplié par 2, l'accélération est divisée par 2 :
si $R' = 2R$, alors $a' = \frac{v^2}{2R} = \frac{a}{2}$.
c. Si le rayon est divisé par 2, l'accélération est multipliée par 2 :
si $R' = \frac{R}{2}$, alors $a' = \frac{v^2}{\frac{R}{2}} = \frac{2v^2}{R} = 2a$.

30 a. La tangente à la courbe est horizontale à l'instant initial. On en déduit que la vitesse de la fusée est nulle à l'instant initial.
b. On observe que le coefficient directeur des tangentes à la courbe augmente au cours du temps. La vitesse de la fusée augmente au fur et à mesure que le temps passe.

c.



À $t_1 = 4{,}0$ s, $v_x(t_1) = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{3\,500 - 0}{8{,}0 - 2{,}0} = 5{,}8 \times 10^2$ m·s⁻¹.

À $t_2 = 8{,}0$ s, $v_x(t_2) = \frac{x_D - x_C}{t_D - t_C} = \frac{7\,000 - 0}{10{,}0 - 4{,}0} = 1{,}2 \times 10^3$ m·s⁻¹.

d. Vérifions s'il y a proportionnalité entre $v_x(t)$ et t :

$v_x(t)$ (en m·s⁻¹)	0	$5{,}8 \times 10^2$	$1{,}2 \times 10^3$
t (en s)	0	4,0	8,0
$k = \frac{v_x(t)}{t}$ (en m·s⁻²)	Compatible avec tous les coefficients de proportionnalité	$1{,}5 \times 10^2$	$1{,}5 \times 10^2$

$v_x(t)$ et t semblent proportionnels. Le coefficient de proportionnalité (égal à l'accélération de la fusée) est $k = 1{,}5 \times 10^2$ m·s⁻² = 15g.

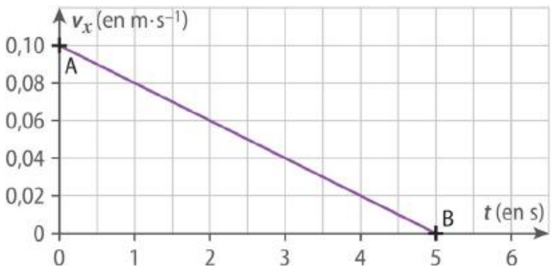
31 a. Le mouvement est rectiligne (énoncé). On choisit l'axe (Ox) comme correspondant à la direction et au sens du mouvement. La courbe représentant $v_x(t)$ pour l'enregistrement 1 est une droite (décroissante), son coefficient directeur est une constante (négative). $a_x(t)$ sera constante tout au long du mouvement. On a affaire à un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

b. Le mouvement est rectiligne (énoncé). On choisit l'axe (Ox) comme correspondant à la direction et au sens du mouvement. La courbe représentant $v_x(t)$ pour l'enregistrement 2 n'est pas une droite, le coefficient directeur de sa tangente en chaque point varie au cours du mouvement. $a_x(t)$ ne sera pas constante tout au long du mouvement. On a affaire à un mouvement rectiligne accéléré (non uniformément).

c. Pour l'enregistrement 1 :

$a_x(t_1) = \frac{v_{x_B} - v_{x_A}}{t_B - t_A} = \frac{0 - 0{,}10}{5{,}0 - 0} = -2{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻²

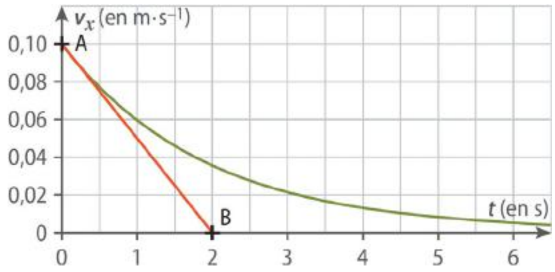
En norme, $a(t_1) = 2{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻².



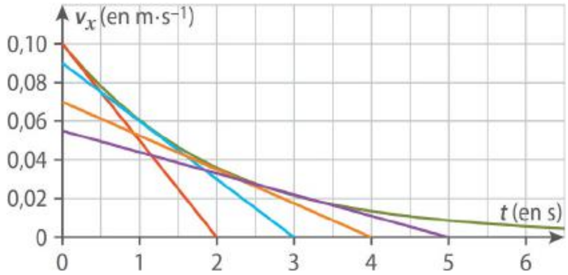
Pour l'enregistrement 2 :

$a_x(t_1) = \frac{v_{x_B} - v_{x_A}}{t_B - t_A} = \frac{0 - 0{,}10}{2{,}0 - 0} = -5{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻².

En norme, $a(t_1) = 5{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻².

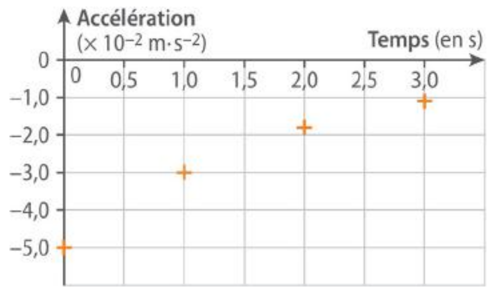


32 a.



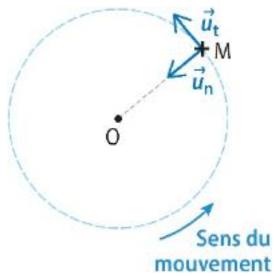
Instant	0	1	2	3
Accélération (en m·s⁻²)	$a_x = \frac{0 - 0{,}10}{2{,}0 - 0} = -5{,}0 \times 10^{-2}$	$a_x = \frac{0 - 0{,}09}{3{,}0 - 0} = -3{,}0 \times 10^{-2}$	$a_x = \frac{0 - 0{,}07}{4{,}0 - 0} = -1{,}8 \times 10^{-2}$	$a_x = \frac{0 - 0{,}055}{5{,}0 - 0} = -1{,}1 \times 10^{-2}$

b.



c. L'accélération n'étant pas constante, le mouvement n'est pas uniformément accéléré.

33 a. Voir schéma ci-contre.



b. $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

Si le mouvement est uniforme, $\frac{dv}{dt}(t) = 0$.

L'accélération est dans ce cas dirigée selon le vecteur normal $\vec{u}_n$: $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

34 1. Les données de la troisième colonne correspondent à l'explicitation de combien la norme de la vitesse va augmenter et en combien de temps. Ce n'est pas une donnée directe de la norme de l'accélération qui s'exprime en m·s⁻².

2. a. Un mouvement est rectiligne uniformément accéléré, si sa trajectoire est une droite (rectiligne) et si l'accélération $\vec{a}(t)$ du point est constante au cours du mouvement.

b. Si le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, le mouvement se fera selon un seul axe ((Ox), par exemple). Ainsi, $a(t) = a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = \frac{dv}{dt}(t)$.

Si la norme de l'accélération est constante, alors $a(t) = a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Dans ce calcul, Δv doit être en $m \cdot s^{-1}$ et Δt en secondes.

Montagnes russes	**Vitesse maximale**	**Accélération maximale**	**Accélération** (en $m \cdot s^{-2}$)
Formula Rossa	240 $km \cdot h^{-1}$	0-240 $km \cdot h^{-1}$ en 4 s	17
Ring Racer	217 $km \cdot h^{-1}$	0-217 $km \cdot h^{-1}$ en 2,5 s	24
Top Thrill Dragster	193 $km \cdot h^{-1}$	0-193 $km \cdot h^{-1}$ en 4 s	13
Dodonpa	172 $km \cdot h^{-1}$	0-172 $km \cdot h^{-1}$ en 1,8 s	26

3. Le passager aura le plus de sensations dans le parc Dodonpa. Malgré sa quatrième place au classement des vitesses maximales, c'est lui qui offre l'accélération la plus grande.

35 a. Le point peut avoir une vitesse constante en norme mais avoir une vitesse qui ne serait pas constante vectoriellement. Ainsi, le point pourrait subir une accélération avec un mouvement uniforme.

b. Dans le repère de Frenet : $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

Si la norme de la vitesse $v(t)$ est constante $\frac{dv}{dt}(t) = 0$.

Ainsi, l'accélération sera : $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

Elle sera portée par le vecteur unitaire $\vec{u}_n$ (dirigé du point vers le centre de la courbure).

c. $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

En norme, $a = \frac{v^2}{R}$. Si $v = 300\ km \cdot h^{-1} = 83{,}3\ m \cdot s^{-1}$ et $a = 10g = 10 \times 9{,}81 = 98{,}1\ m \cdot s^{-2}$, on obtiendrait $R = \frac{v^2}{a} = \frac{83{,}3^2}{98{,}1} = 70{,}7$ m. La trajectoire de l'avion serait un cercle de rayon $R = 70{,}7$ m.

Exercice **36** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

37 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = 5{,}76\ m \cdot s^{-1}$

$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = 1{,}95\ m \cdot s^{-1}$

b. Les coordonnées du vecteur vitesse sont constantes, le vecteur vitesse est constant. Si le vecteur vitesse est constant, sa norme l'est aussi. Si, à tout moment, le vecteur vitesse est constant, alors le mouvement est rectiligne. Le mouvement est rectiligne uniforme, son accélération est donc nulle.

$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 0 \qquad a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = 0$

Le vecteur accélération est nul.

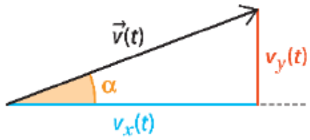
c. $v_x(t) = 5{,}76\ m \cdot s^{-1} \qquad v_y(t) = 1{,}95\ m \cdot s^{-1}$

La norme de la vitesse est $v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$.

$v(t) = \sqrt{(5{,}76)^2 + (1{,}95)^2} = 6{,}08\ m \cdot s^{-1}$

Pour déterminer l'angle entre l'horizontal et la direction du mouvement, nous allons déterminer l'angle entre l'horizontale et le vecteur vitesse.

Le triangle est rectangle, on peut utiliser les relations trigonométriques :



$\tan(\alpha) = \frac{v_y}{v_x} = \frac{1{,}95}{5{,}76}$

$\alpha = 18{,}7°$

38 a. Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ ne pourrait pas être constant. En effet, la direction du mouvement change au cours du mouvement.

b. Le vecteur vitesse n'est pas constant implique que le vecteur accélération ne peut pas être nul.

c. Le mouvement serait alors circulaire uniforme.

d. Dans le repère de Frenet :

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$$

Si la norme de la vitesse $v(t)$ est constante, alors $\frac{dv}{dt}(t) = 0$. Ainsi, l'accélération sera : $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

e. $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$ En norme, $a = \frac{v^2}{R}$ avec :

$R = 6\,371 + 8{,}848 = 6\,380\ km = 6{,}380 \times 10^6$ m

Or $v = \sqrt{aR} = \sqrt{9{,}80 \times 6{,}380 \times 10^6}$

$v = 7{,}91 \times 10^3\ m \cdot s^{-1} = 2{,}85 \times 10^4\ km \cdot h^{-1}$

Cette vitesse correspondrait à $\frac{2{,}85 \times 10^4}{1\,235} = 23{,}0$ fois la vitesse du son (Mach 23,0).

39 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = 20{,}0t - 2{,}00t^2$

b. $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 20{,}0 - 4{,}00t$

c. Le mouvement est rectiligne (énoncé) et accéléré. Le mouvement n'est pas uniformément accéléré car la norme de l'accélération n'est pas constante.

d. À $t_0 = 0$ s : $a(t_0) = 20{,}0 - 4{,}00t_0 = 20{,}0\ m \cdot s^{-2}$

À $t_1 = 5{,}0$ s : $a(t_1) = 20{,}0 - 4{,}00t_1 = 0\ m \cdot s^{-2}$

e. $v(t_1) = 20{,}0t_1 - 2{,}00t_1^2 = 50\ m \cdot s^{-1} = 1{,}8 \times 10^2\ km \cdot h^{-1}$

f. $x(t_1) = 10{,}0t_1^2 - 0{,}667t_1^3 = 1{,}7 \times 10^2$ m

40 a. $a_x(t) = 10\ m \cdot s^{-2}$ or $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)$

donc $v_x(t) = 10t + K$ avec K une constante.

Or à $t = 0$, $v_x(0) = K = 0$. Ainsi, $v_x(t) = 10t$.

b. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$

donc $x(t) = 5{,}0t^2 + K'$ avec K' une constante.

Or, si on choisit $x(0) = 0$, $x(t) = 5{,}0t^2$.

c. L'instant t_1 correspond à l'instant où :

$v(t_1) = v_{max} = 306{,}1\ m \cdot s^{-1}$ or $v(t_1) = 10t_1$.

Ainsi, $t_1 = \frac{v_{max}}{10} = 31$ s.

La distance parcourue pendant cette phase est :

$x(t_1) = 5{,}0t_1^2 = 4{,}8 \times 10^3$ m

d. Pour permettre à la capsule d'atteindre sa vitesse maximale, il faudrait donc un trajet minimum de $9{,}6 \times 10^3$ m soit environ 9,6 km.

Sur de grands trajets (Paris-Marseille, par exemple) cette phase d'accélération serait négligeable devant la distance à parcourir.

41 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = \omega R\cos(\omega t)$

$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = -\omega R\sin(\omega t)$

b. Le mouvement est uniforme si la norme de sa vitesse est constante : $v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$

Ici, $v(t) = \sqrt{(\omega R\cos(\omega t))^2 + (-\omega R\sin(\omega t))^2}$

$v(t) = \sqrt{\omega^2R^2(\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t))}$

Or $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ donc $v(t) = \sqrt{\omega^2R^2} = \omega R$.

Le mouvement est uniforme, mais le mouvement n'est pas rectiligne.

c. $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = -\omega^2R\sin(\omega t)$

$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = -\omega^2R\cos(\omega t)$

d. Comme les valeurs de $a_x(t)$ et $a_y(t)$ changent au cours du mouvement, l'accélération de la voiture n'est pas constante.

Norme de l'accélération : $a(t) = \sqrt{(a_x(t))^2 + (a_y(t))^2}$

$a(t) = \sqrt{(-\omega^2R\sin(\omega t))^2 + (-\omega^2R\cos(\omega t))^2}$

$a(t) = \sqrt{\omega^4R^2(\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))}$

Or $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ donc $a(t) = \sqrt{\omega^4R^2} = \omega^2R$.

La norme de l'accélération est constante.

e. Réalisons le produit scalaire entre les vecteurs $\vec{a}(t)$ et $\vec{v}(t)$: $\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = a_x(t) \times v_x(t) + a_y(t) \times v_y(t)$

$\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = -\omega^2R\sin(\omega t) \times \omega R\cos(\omega t) + (-\omega^2R\cos(\omega t)) \times (-\omega R\sin(\omega t))$

$\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = -\omega^3R^2\sin(\omega t)\cos(\omega t) + \omega^3R^2\sin(\omega t)\cos(\omega t)$

$\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = 0$: les vecteurs $\vec{a}(t)$ et $\vec{v}(t)$ sont orthogonaux.

f. Dans le repère de Frenet :

$\vec{v}(t) = v(t)\,\vec{u}_t$ $\qquad \vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

Ici, le mouvement est uniforme : $v(t) = v$ et $\frac{dv}{dt}(t) = 0$

On obtient dans ce cas : $\vec{v}(t) = v\,\vec{u}_t$ et $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

Le vecteur $\vec{v}(t)$ est dirigé selon le vecteur unitaire $\vec{u}_t$, tandis que le vecteur $\vec{a}(t)$ est dirigé selon le vecteur unitaire $\vec{u}_n$. Les deux vecteurs sont donc orthogonaux.

42 Le mouvement est supposé rectiligne uniformément accéléré. Cela implique que l'accélération de l'avion se fait selon un axe unique (ici, (Ox)) et est constante vectoriellement.

Cela implique que $a(t) = \begin{pmatrix} a_x \\ 0 \end{pmatrix}$ a_x étant constante.

Comme $a_x = \frac{dv_x}{dt}(t)$, cela implique que :

$v_x(t) = a_xt + k$ avec k une constante.

À $t = 0$ s, $v_x(0) = 0$ m·s^{-1}. Ainsi, $v_x(t) = a_xt$.

Comme $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$, on obtient :

$x(t) = \frac{1}{2}a_xt^2 + k'$ avec k' une constante.

À $t = 0$ s, $x(0) = 0$ m. Ainsi, $x(t) = \frac{1}{2}a_xt^2$.

Voyons à présent le texte. Lorsque l'avion parcourt 75 m ($x(t_1) = 75$ m), l'avion passe de 0 à 250 km·h^{-1} ($v_x(t_1) = 69{,}4$ m·s^{-1}). Ainsi :

$x(t_1) = \frac{1}{2}a_xt_1^2$ $\qquad v_x(t_1) = a_xt_1$

Trouvons l'expression de t_1 grâce à la deuxième égalité : $t_1 = \frac{v_x(t_1)}{a_x}$ d'où $x(t_1) = \frac{1}{2}\frac{v_x(t_1)^2}{a_x}$

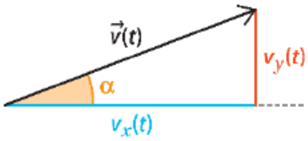
Et enfin : $a_x = \frac{1}{2}\frac{v_x(t_1)^2}{x(t_1)}$

Application numérique : $a_x = \frac{1}{2}\frac{69{,}4^2}{75} = 32$ m·s^{-2} $= 3{,}3g$

*Exercice **43** corrigé à l'adresse* hatier-clic.fr/pct308

44 1.1. $v_{0x} = \frac{x_1}{\Delta t} = \frac{1{,}0 \times 0{,}50}{0{,}10} = 5{,}0 \text{ m·s}^{-1}$ $\qquad v_{0y} = \frac{y_1}{\Delta t} = \frac{1{,}7 \times 0{,}50}{0{,}10} = 8{,}5 \text{ m·s}^{-1}$

1.2.



$v_{0x} = v_0\cos(\alpha)$

$v_{0y} = v_0\sin(\alpha)$

Ainsi, $\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$.

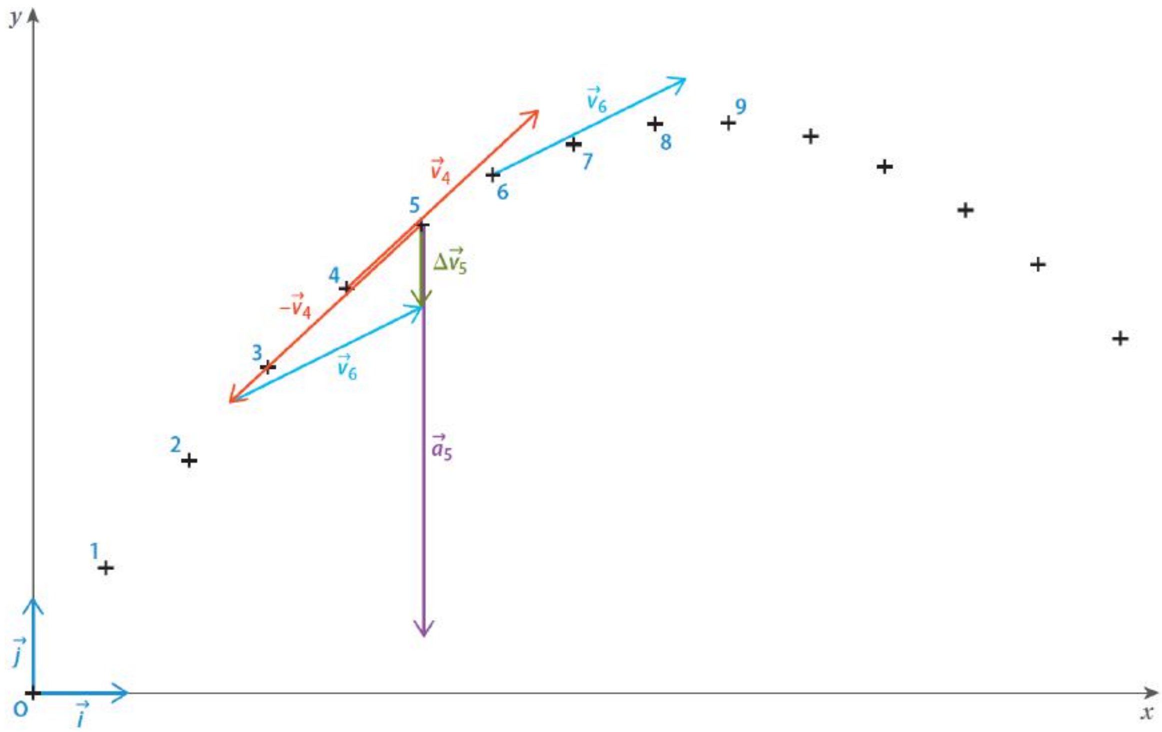
Application numérique : $\tan(\alpha) = \frac{8{,}5}{5{,}0} = 1{,}7 \qquad \alpha = 60°$

De plus, la norme de la vitesse à l'instant initial est : $v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2} = \sqrt{(5{,}0)^2 + (8{,}5)^2} = 10 \text{ m·s}^{-1}$

2.1. M_3M_5 = 1,4 m (2,8 cm sur la figure) : $v_4 = \frac{M_3M_5}{2\Delta t} = \frac{1{,}4}{2 \times 0{,}10} = 7{,}0 \text{ m·s}^{-1}$

M_5M_7 = 1,15 m (2,3 cm sur la figure) : $v_6 = \frac{M_5M_7}{2\Delta t} = \frac{1{,}15}{2 \times 0{,}10} = 5{,}8 \text{ m·s}^{-1}$

2.2. Sur le schéma le vecteur vitesse $\vec{v}_4$ a une longueur de 3,5 cm, $\vec{v}_6$ a une longueur de 2,9 cm.



2.3. Sur le schéma la variation du vecteur vitesse a une longueur de 1,1 cm : $\Delta v_5 = 2{,}2 \text{ m·s}^{-1}$

2.4. La norme du vecteur accélération est :

$$a_5 = \frac{\Delta v_5}{2\Delta t} = \frac{1{,}8}{2 \times 0{,}10} = 11 \text{ m·s}^{-2}$$

Sur le schéma le vecteur accélération $\vec{a}_5$ a même sens et même direction que le vecteur $\Delta\vec{v}_5$. Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 5,5 cm.

3. Le vecteur accélération est vertical, dirigé vers le bas. Sa norme est assez proche de l'accélération théorique (9,81 m·s^{-2}). Compte tenu des erreurs de mesures et de constructions possibles, il semble que le vecteur accélération $\vec{a}_5$ correspond au vecteur champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$.

4.1. La durée entre deux positions est nommée `dt`.

4.2. La vitesse instantanée est calculée, pour une position donnée, comme la vitesse moyenne entre la position d'avant et la position d'après.

4.3. Pour la première position, nous ne disposons pas de la position d'avant ; pour la dernière position, nous ne disposons pas de la position d'après. Ainsi, la méthode précédente ne peut être utilisée pour calculer les coordonnées de la vitesse.

4.4.
```
for i in range(2,n-2) :
    ax.append((vx[i+1]-vx[i-1])/(2*dt))
    ay.append((vy[i+1]-vy[i-1])/(2*dt))
```

4.5. N'ayant pu calculer les premières et les dernières coordonnées de la vitesse, nous ne pouvons, en utilisant le code de la question 4.4., calculer les coordonnées des deux premières et deux dernières coordonnées de l'accélération.

45 **A.** 1.1. $\vec{a}_1 = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)$

L'accélération de la voiture se fait selon un axe unique (ici, (Ox)). Cela implique que :

$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{i}$ et $\vec{v}(t) = v_x(t)\,\vec{i}$

Ainsi, $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)$.

Le mouvement étant dirigé selon (Ox), v_x est positif à tout moment du mouvement.
La voiture accélérant, le vecteur accélération est dirigé aussi selon (Ox), a_x est donc positif à tout moment. En norme, $a_1(t) = \frac{dv}{dt}(t)$ or a_1 est constante :
$v(t) = a_1t + k$ avec k une constante.
Or à $t = 0$, on a $v(t = 0) = k = v_0$. Ainsi, $v(t) = a_1t + v_0$.
1.2. À $t = t_1 = 5{,}4$ s, $v(t_1) = v_A$.
Soit $v(t_1) = a_1t_1 + v_0 = v_A$.

Ainsi, $a_1 = \frac{v_A - v_0}{t_1} = \frac{\frac{70}{3{,}6} - \frac{30}{3{,}6}}{5{,}4} = 2{,}1\ \text{m·s}^{-2}$.

2.1. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = a_1t + v_0$

$x(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t + k'$ avec k' une constante.

Or à $t = 0$, $x(0) = k' = 0$. Ainsi, $x(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t$.

2.2. La distance D parcourue par la Logan correspond à $x(t_1)$: $x(t_1) = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + v_0t_1 = D$

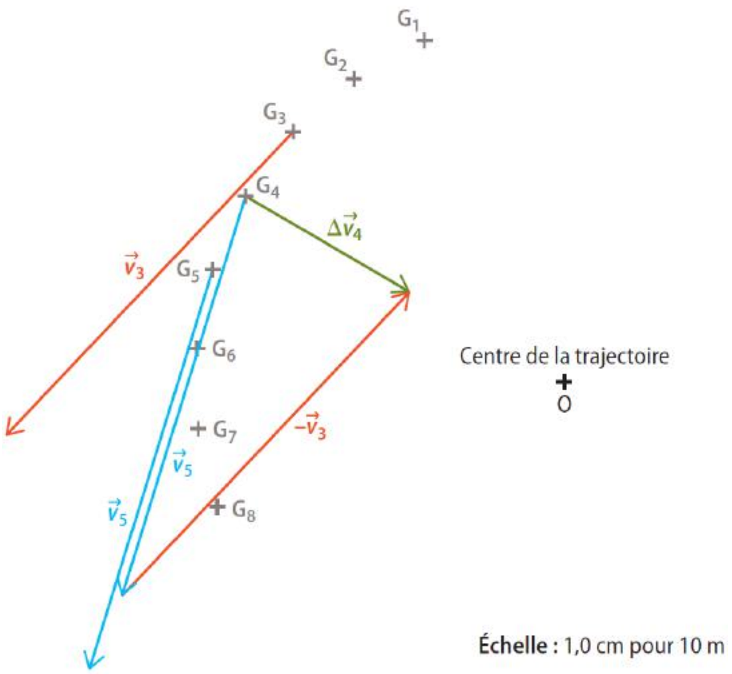
$D = \frac{1}{2} \times 2{,}1 \times 5{,}4^2 + \frac{30}{3{,}6} \times 5{,}4 = 76$ m

B. 1.1. Les normes des vitesses sont :

$v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau}$ et $v_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau}$

1.2. G_2G_4 et G_4G_6 sont égales à 21 m (2,1 cm sur la figure). Donc $v_3 = v_5 = \frac{21}{2 \times 1{,}00} = 11\ \text{m·s}^{-1} = 40\ \text{km·h}^{-1}$.

1.3. En tenant compte de l'échelle proposée, les vecteurs auront une taille de 5,5 cm.
1.4. Sur le schéma, la variation du vecteur vitesse au point 4 mesure 2,5 cm. Ainsi, $\Delta v_4 = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$.



2.1. On peut calculer le vecteur accélération approchée : $\vec{a}_4 = \frac{\Delta\vec{v}_4}{2\tau}$

2.2. En norme : $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau} = \frac{5{,}0}{2 \times 1{,}00} = 2{,}5\ \text{m·s}^{-2}$

3.1. En physique, on utilise plutôt le terme d'accélération radiale.
(On peut même ajouter centripète car le sens de l'accélération est orienté vers le centre du cercle.)

3.2. Comparons la valeur de l'accélération obtenue et l'accélération de pesanteur : $\frac{a_4}{g} = \frac{2{,}5}{9{,}81} = 0{,}26$

Cette accélération est donc négligeable devant l'accélération de pesanteur.

11. Mouvement et forces

Activités

p. 316 à 319

① Les *Principia*

1. Voir les biographies sur Wikipédia, par exemple.
2. a. Dans la première loi de Newton moderne, il y a équivalence entre le fait pour un système d'être au repos ou en mouvement rectiligne et uniforme dans un référentiel galiléen et le fait de n'être soumis à aucune force ou à des forces de somme nulle. C'est bien ce qui est dit dans l'énoncé historique, avec « à moins que… ». S'il n'y a pas de force, alors l'état de repos ou de mouvement rectiligne et uniforme persévèrent. S'il y a une force, alors cet état change.
b. La notion de référentiel galiléen est absente de l'énoncé historique.
c. La deuxième loi de Newton figure en filigrane, puisque les commentaires introduisent le fait que les changements sont liés aux forces (gravité, frottements).
3. a. On retrouve la notion de variation de vitesse (changements dans le mouvement), somme des forces (force motrice), colinéaires (dans la ligne droite).
b. La notion d'accélération n'est pas formulée clairement, non plus que le fait que c'est la masse qui lie force et accélération. La notion de référentiel galiléen n'est pas non plus présente.
c. Ces commentaires pourraient se traduire ainsi : le vecteur force et la variation du vecteur vitesse sont proportionnels.

Bilan

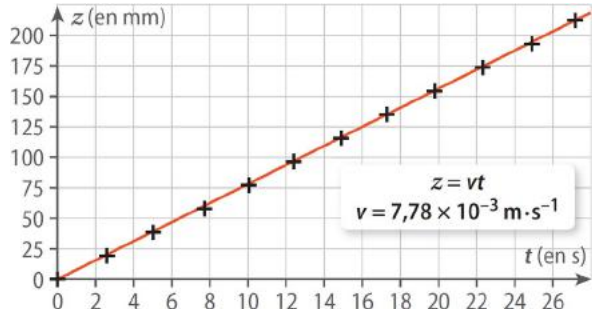
• Dans la vision de Newton, la force est la cause des modifications du mouvement, pas du mouvement lui-même.

② Première loi de Newton

1. a. On réalise l'étape 2 du protocole plusieurs fois, afin d'en faire une moyenne. On mesure 28 gouttes pour 1 mL.
Le volume d'une goutte est donc $V = 3{,}6 \times 10^{-8}$ m^3.
Le rayon d'une goutte est donc $r = 2{,}0 \times 10^{-3}$ m.
b. On obtient les valeurs et le graphique suivants.

z (en m)	0	0,0193	0,0386	0,0579	0,0772	0,0965
t (en s)	0	2,59	5,02	7,72	10,05	12,4

z (en m)	0,1158	0,1351	0,1544	0,1737	0,193	0,2123
t (en s)	14,89	17,29	19,8	22,32	24,9	27,17



C'est un mouvement rectiligne et uniforme, d'équation $z = vt$. On trouve $v = 7{,}78 \times 10^{-3}$ m·s^{-1}.
2. a. La goutte subit :

- son poids $\vec{P}$ de direction verticale et dirigé vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{F}$ de direction verticale et dirigée vers le haut ;
- la force de frottements fluides $\vec{f}$ de direction verticale et dirigée vers le haut.

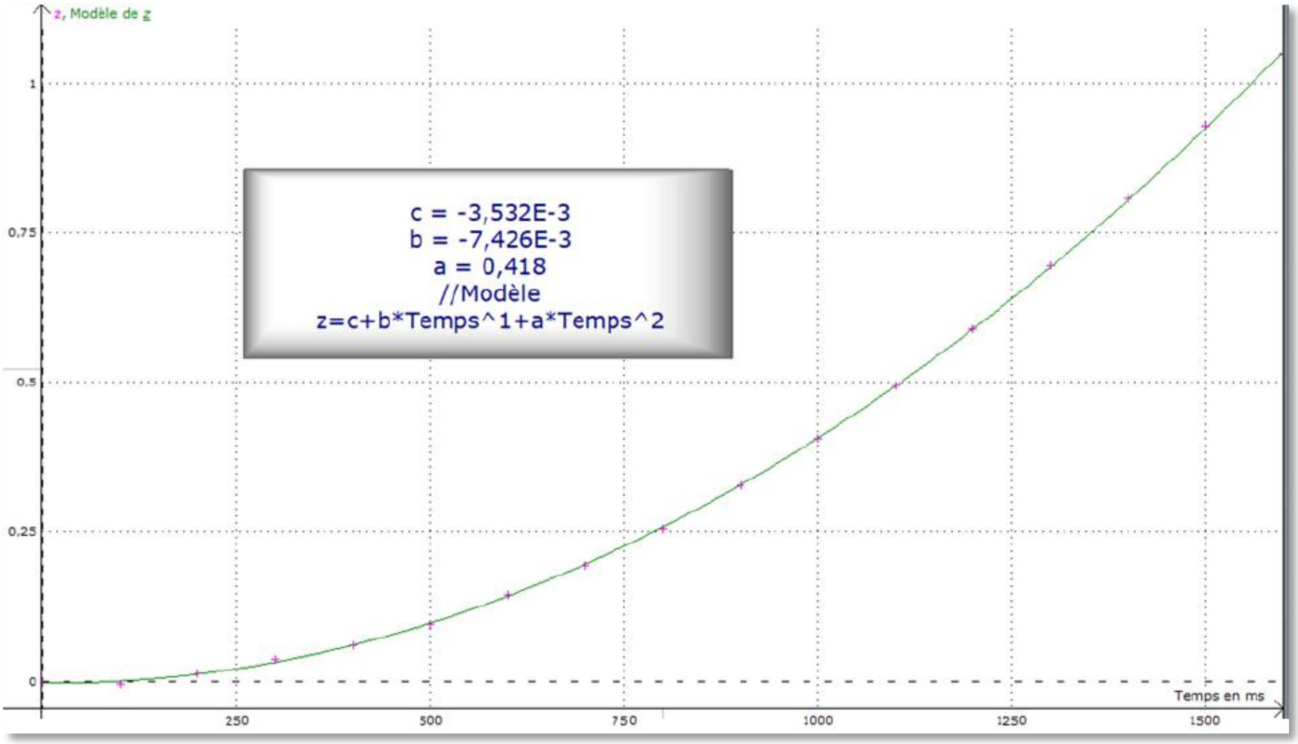
b. $P = \rho_g V g$
$P = 1{,}0 \times 10^3 \times 3{,}6 \times 10^{-8} \times 9{,}81$
$P = 3{,}5 \times 10^{-4}$ N
$F = \rho_h V g = 9{,}0 \times 10^2 \times 3{,}6 \times 10^{-8} \times 9{,}81$
$F = 3{,}2 \times 10^{-4}$ N
c. La vitesse est constante et la trajectoire est rectiligne. D'après la première loi de Newton, la somme vectorielle des forces est nulle.
On en déduit : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = \vec{0}$
soit : $P = F + f$ d'où $f = P - F = 3 \times 10^{-5}$ N
$f = 6\pi\eta r v$ donc $\eta = \dfrac{f}{6\pi r v} = 10 \times 10^{-2}$ Pa·s.
Théoriquement, $\eta = 8 \times 10^{-2}$ Pa·s, l'écart est assez élevé. La mesure effectuée peut donc être considérée comme non fiable (mais comme la donnée n'a qu'un chiffre significatif, on peut imaginer que la valeur de la viscosité est mal connue ; en tout cas, l'ordre de grandeur est bon).
3. Le volume de la goutte est la principale source d'erreur : le volume d'une goutte n'est probablement pas le même à chaque manipulation. Le volume mesuré à l'étape 2 du protocole ne correspond probablement pas au volume de la goutte utilisée lors des mesures dans l'éprouvette.
Il y a également une source d'erreur sur la masse volumique et la viscosité de l'huile utilisée : les valeurs données dans l'activité ne sont pas précisément celles de l'huile utilisée ; de plus, ces valeurs dépendent de la température.
La prise de mesures sur les temps de passage de la goutte aux différentes positions constitue également une source d'erreur pour le calcul de la vitesse.

Bilan

• Après avoir fait le bilan des forces s'exerçant sur le système étudié, la première loi de Newton nous donne une relation vectorielle entre ces forces. Après projections sur les différents axes, il est possible de calculer la norme d'une force, connaissant la norme des autres forces à partir des données du problème.

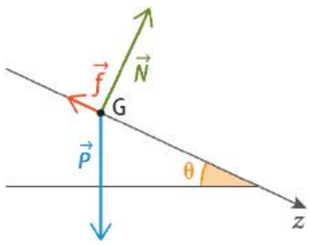
③ Deuxième loi de Newton

1. On utilise une balle de ping-pong et un plan incliné.
On mesure m = 2,7 g ; h = 13 cm, d = 90 cm donc θ = 8,2°.
La courbe obtenue après pointage est donnée ci-dessous.
La modélisation avec une équation d'ordre 2 de la forme $z = at^2 + bt + c$ donne :
$a = 0{,}418\ \text{m·s}^{-2}$ $\quad b = -7{,}426 \times 10^{-3}\ \text{m·s}^{-1}$ $\quad c = -3{,}532 \times 10^{-3}$ m



2. a. Le système {balle} subit :
- son poids $\vec{P}$ de direction verticale et dirigé vers le bas ;
- la réaction normale du support $\vec{N}$ de direction perpendiculaire au banc et dirigée vers le haut ;
- la force de frottement avec le support $\vec{f}$ de direction parallèle au banc et dirigée dans le sens opposé au mouvement.

b. Voir schéma ci-contre.



c. La deuxième loi de Newton s'écrit : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$
En projection le long de l'axe (Oz), on obtient :
$mg\sin\theta - f = ma_z$
soit $a_z = \dfrac{mg\sin\theta - f}{m} = g\sin\theta - \dfrac{f}{m}$.

d. Par définition, l'accélération $\vec{a}$ est liée à la vitesse $\vec{v}$ du système par $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ soit, en projection sur l'axe (Oz), $a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$. Cela donne $\dfrac{dv_z}{dt} = g\sin\theta - \dfrac{f}{m}$.

Par intégration, on obtient : $\quad v_z(t) = \left(g\sin\theta - \dfrac{f}{m}\right)t$
(La constante d'intégration est nulle car on lâche la balle sans vitesse initiale.)

On a donc $v_z = \dfrac{dz}{dt}$ soit $z(t) = \dfrac{1}{2}\left(g\sin\theta - \dfrac{f}{m}\right)t^2$.
(La constante d'intégration est nulle car on lâche la balle depuis $z = 0$).

3. a. D'après la modélisation, on voit que les paramètres b et c sont négligeables devant le paramètre a. On en déduit que la courbe obtenue est de la forme $z = at^2$ où $a = 0{,}418\ \text{m·s}^{-2}$.

Théoriquement, on trouve $z(t) = \dfrac{1}{2}(g\sin\theta)t^2$.

Ces deux expressions sont en adéquation pour $a = \dfrac{1}{2}\left(g\sin\theta - \dfrac{f}{m}\right)$.

Les hypothèses effectuées sont bien valables ici.

b. Par comparaison, on en déduit l'expression de f :
$f = m(g\sin\theta - 2a) = 1{,}5 \times 10^{-3}$ N

Bilan

- On réalise le pointage vidéo du mouvement étudié. On modélise la courbe (ou les courbes si plusieurs dimensions) avec une fonction adaptée et on récupère la valeur des paramètres. Par ailleurs, on utilise la deuxième loi de Newton pour relier la somme vectorielle des forces avec le vecteur accélération. Par intégrations successives, on obtient les coordonnées du vecteur position. Par identification avec les courbes modélisées après pointage, on peut déterminer les valeurs manquantes du problème.

4 Mouvement d'un pendule

1. a. Pour le point 3, on mesure $M_2M_4 = 0{,}135$ m

donc $v_3 = \dfrac{M_2M_4}{2\Delta t} = \dfrac{0{,}135}{2 \times 0{,}067} = 1{,}01\ \text{m·s}^{-1}$.

De même, pour le point 5, $M_4M_6 = 0{,}24$ m

donc $v_5 = \dfrac{M_4M_6}{2\Delta t} = \dfrac{0{,}24}{2 \times 0{,}067} = 1{,}78\ \text{m·s}^{-1}$.

Pour le point 9, on mesure $M_8M_{10} = 0{,}32$ m

donc $v_9 = \dfrac{M_8M_{10}}{2\Delta t} = \dfrac{0{,}32}{2 \times 0{,}067} = 2{,}37\ \text{m·s}^{-1}$.

De même, pour le point 11, $M_{10}M_{12} = 0{,}28$ m

donc $v_{11} = \dfrac{M_{10}M_{12}}{2\Delta t} = \dfrac{0{,}28}{2 \times 0{,}067} = 2{,}11\ \text{m·s}^{-1}$.

b. Voir schéma ci-dessous. Le tracé des vecteurs donne $\Delta v_4 = 0{,}9\ \text{m·s}^{-1}$ et $\Delta v_{10} = 0{,}65\ \text{m·s}^{-1}$.

c. On calcule la norme de l'accélération :

$a_4 = \dfrac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \dfrac{0{,}9}{2 \times 0{,}067} = 6{,}7\ \text{m·s}^{-2}$

et $a_{10} = \dfrac{\Delta v_{10}}{2 \times \Delta t} = \dfrac{0{,}65}{2 \times 0{,}067} = 4{,}9\ \text{m·s}^{-2}$

Donc $ma_4 = 0{,}67$ N et $ma_{10} = 0{,}49$ N.

d. Voir schéma ci-dessous.

e. $P = mg = 0{,}100 \times 9{,}81 = 0{,}981$ N

2. a. $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ donc $\vec{T} = m\vec{a} - \vec{P}$

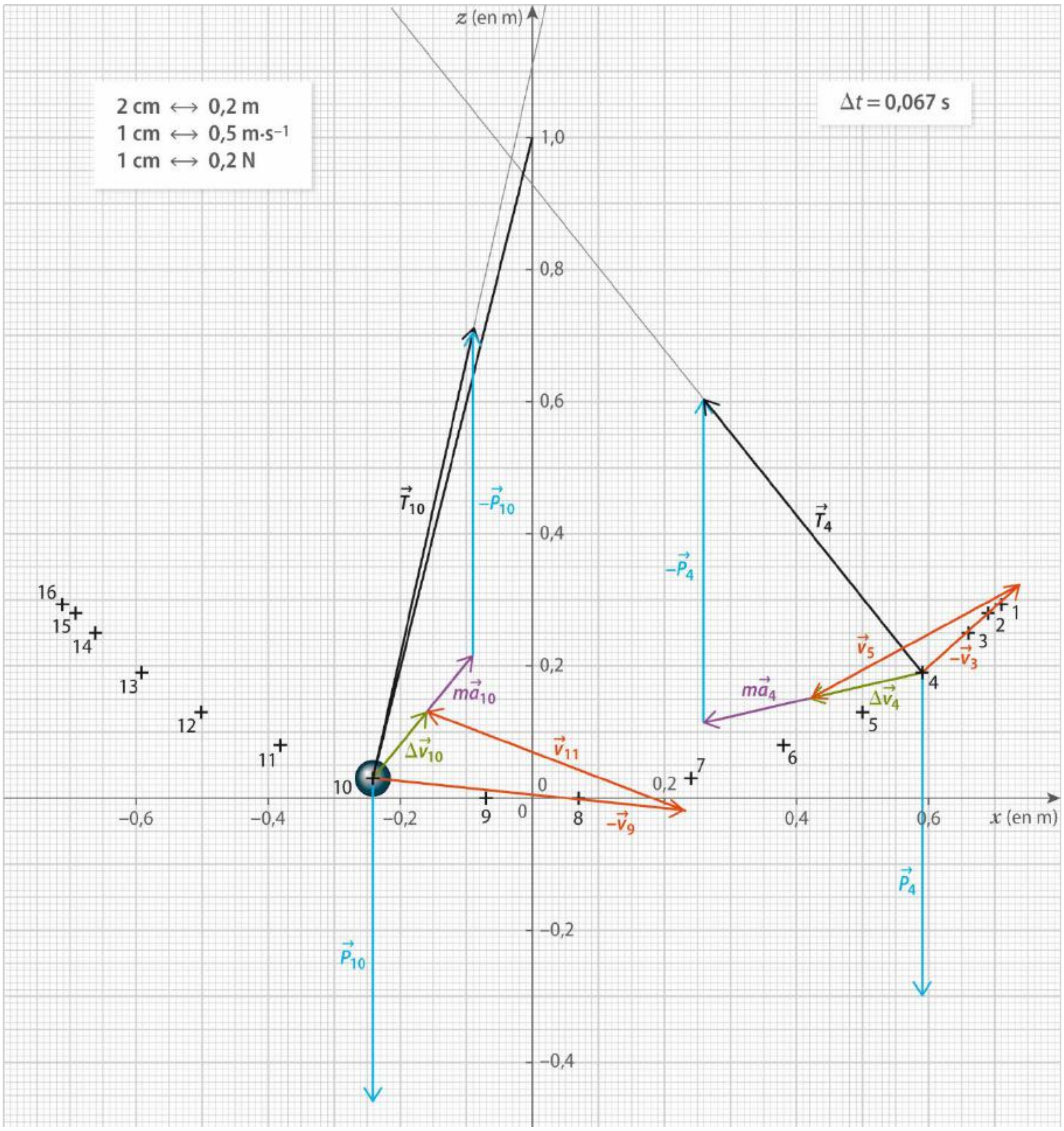
b. Voir schéma ci-dessous.

On mesure $T_4 = 1{,}1$ N et $T_{10} = 1{,}4$ N.

c. Oui, les vecteurs $\vec{T}$ sont orientés vers les points d'attache, aux imprécisions de mesures et de tracés près : la mauvaise appréciation d'une longueur ou d'un parallélisme peut changer la direction donnée par le vecteur drastiquement.

Bilan

• Connaissant le mouvement du système étudié, il est possible de déterminer le vecteur accélération à partir des différentes positions sur la chronophotographie. Il faut pour cela déterminer les vitesses en différents points, puis tracer les variations des vecteurs vitesse. En utilisant la deuxième loi de Newton, on peut faire le lien entre le vecteur accélération, multiplié par la masse du système, et les vecteurs forces s'appliquant sur le système.



Exercices

Exercices ***1*** *à* ***23*** *corrigés à la fin du manuel de l'élève.*

Exercices ***24*** *à* ***26*** *corrigés dans le manuel de l'élève.*

27 a. Le système {drone} est soumis à :

- son poids $\vec{P}$, vertical et orienté vers le bas de norme $P = mg$;

- la force de poussée $\vec{F}$, verticale et orientée vers le haut de norme $F = 0{,}80$ N.

On applique la deuxième loi de Newton au système {drone} dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

En projection sur l'axe (Oy), cela donne $-P + F = ma_y$.

On en déduit $a_y = \frac{F-P}{m} = \frac{F-mg}{m} = \frac{F}{m} - g$

Par intégration par rapport au temps, on obtient :

$v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t + A$ où A est une constante.

D'après les conditions initiales, $v_y(0) = 0$ m·s^{-1} donc $A = 0$ m·s^{-1}.

L'expression de v_y est alors $v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t$.

On intègre de nouveau par rapport au temps, et on obtient $y(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m} - g\right)t^2 + B$ où B est une constante.

D'après les conditions initiales, $y(0) = h$.

On en déduit $B = h$ et donc l'expression de y devient :

$y(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m} - g\right)t^2 + h$

b. Soit τ la durée au bout de laquelle le drone touche le sol. On peut écrire : $y(\tau) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m} - g\right)\tau^2 + h = 0$

soit : $\frac{1}{2}\left(g - \frac{F}{m}\right)\tau^2 = h$ puis $\tau^2 = \frac{2h}{g - \frac{F}{m}}$

On en conclut : $\tau = \sqrt{\frac{2h}{g - \frac{F}{m}}} = 5{,}6$ s

c. Sachant que $v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t$, la vitesse du drone à l'instant où le drone touche le sol est :

$v_y(\tau) = \left(\frac{F}{m} - g\right)\tau = -14$ m·s^{-1}

Le signe négatif signifie que la vitesse est orientée dans le sens opposé à l'axe (Oy).

Sa norme vaut 14 m·s^{-1}.

28 a. La masse de l'air est négligeable devant la masse de l'eau. Le centre de masse est donc situé dans l'eau.

b. La masse des voiles et du mât est négligeable devant la masse de la partie basse du bateau (coque, machinerie, équipage, etc.). Le centre de masse est donc situé dans la partie basse.

c. La masse est principalement contenue dans les anneaux extérieurs plutôt que dans la barre centrale. Par symétrie, le centre de masse correspond au centre géométrique de l'haltère.

Exercice ***29*** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

30 1. a. La norme de la force électrostatique qu'exerce le proton sur l'électron vaut :

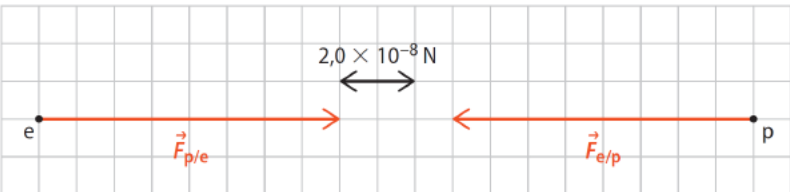
$$F_{p/e,élec} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_p q_e|}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{d^2} = 8{,}99 \times 10^9 \times \frac{(1{,}602 \times 10^{-19})^2}{(53 \times 10^{-12})^2} = 8{,}2 \times 10^{-8}\ \text{N}$$

Cette force est dirigée selon l'axe passant par le proton et l'électron et est orientée de l'électron vers le proton. Cette force est attractive.

b. La norme qu'exerce l'électron sur le proton est la même que celle calculée précédemment :

$F_{e/p,élec} = F_{p/e,élec} = 8{,}2 \times 10^{-8}$ N Cette force est dirigée selon le même axe mais orientée du proton vers l'électron. Elle est attractive.

c.



2. a. La norme de la force gravitationnelle qu'exerce le proton sur l'électron vaut :

$$F_{p/e,grav} = G\frac{m_p m_e}{d^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{1{,}67 \times 10^{-27} \times 9{,}11 \times 10^{-31}}{(53 \times 10^{-12})^2} = 3{,}6 \times 10^{-47}\ \text{N}$$

Cette force est dirigée selon l'axe passant par le proton et l'électron et est orientée de l'électron vers le proton. Cette force est attractive.

b. La norme qu'exerce l'électron sur le proton est la même que celle calculée précédemment :

$F_{e/p,grav} = F_{p/e,grav} = 3{,}6 \times 10^{-47}$ N Cette force est dirigée selon le même axe mais orientée du proton vers l'électron. Elle est attractive.

On ne peut pas représenter cette force sur le même schéma étant donné que la force gravitationnelle est de l'ordre de 10^{-47} N, tandis que la force électrique est de l'ordre de 10^{-7} N.

On ne peut pas représenter avec la même échelle deux grandeurs dont l'une est 10^{40} fois l'autre.

3. Un atome d'hydrogène est composé d'un proton et d'un électron.

Sa masse vaut $m = m_p + m_e = m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, comme la masse de l'électron est négligeable devant la masse du proton. Le poids de l'atome d'hydrogène est donc : $P = mg = 1{,}64 \times 10^{-26}$ kg

31 1. Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel un système, qui n'est soumis à aucune force ou à des forces dont la somme est nulle, est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme.
2. a. Le référentiel ne peut pas être considéré comme galiliéen car le mouvement est accéléré.
b. Le référentiel ne peut pas être considéré comme galiliéen car le mouvement est ralenti.
c. Le référentiel peut être considéré comme galiliéen car le mouvement est rectiligne et uniforme.

32 a. La table est immobile par rapport au référentiel terrestre qui est galiléen. La table peut donc, elle aussi, être considirée comme un référentiel galiléen.

b. La trousse est soumise à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, et la réaction normale de la table $\vec{R}$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.
c. La trousse est immobile donc on peut appliquer la première loi de Newton.
d. On en déduit : $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$
soit, en projection verticale : $R - P = 0$
d'où $P = R = mg = 0{,}300 \times 9{,}81 = 2{,}94$ N.

33 a. La pierre de curling est soumise à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, et la réaction normale du sol $\vec{R}$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.
b. Les deux forces s'exerçant sur la pierre sont dirigées selon l'axe vertical. Comme la pierre ne s'élève pas ou ne s'enfonce pas dans le sol, on en déduit que la somme vectorielle de ces deux forces est nulle, d'après la première loi de Newton. On a donc $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ soit, en projection verticale $R - P = 0$
d'où $P = R = mg = 177$ N.
c. La somme vectorielle des forces est nulle. Comme la pierre a été lancée, elle possède une vitesse initiale non nulle, d'après le principe d'inertie, elle est donc animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

Exercice ***34*** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

35 a. On se place dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Le satellite est animé d'un mouvement circulaire et uniforme.
b. Le satellite n'est soumis qu'à une seule force, la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre $\vec{F}_{T/S}$ avec :

$$F_{T/S} = G\frac{m_T m_S}{(r_T+h)^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}97\times10^{24}\times200\times10^{3}}{(6\,378\times10^{3}+250\times10^{3})^{2}}$$

$F_{T/S} = 1{,}81 \times 10^6$ N
Cette force est dirigée selon l'axe Terre-satellite et orienté du satellite vers la Terre donc selon $-\vec{u}$.
On peut écrire $\vec{F}_{T/S} = -F_{T/S}\,\vec{u}$.
c. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au satellite, on peut écrire $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$, où $\vec{a}$ est le vecteur accélération du centre de masse du satellite.
La norme du vecteur accélération vaut alors :

$$a = \frac{F_{T/S}}{m} = \frac{1{,}81\times10^{6}}{200\times10^{3}} = 9{,}06\ \text{m·s}^{-2}$$

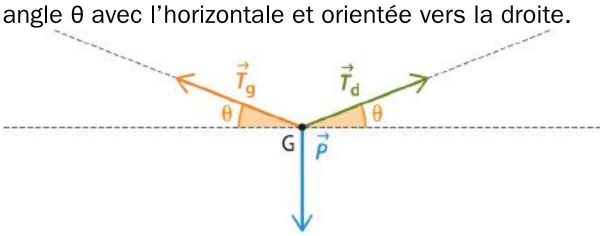
Le vecteur accélération est dirigée selon $-\vec{u}$.

Exercice ***36*** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

37 Pour les systèmes suivants, le point qui représente le mieux le centre de masse est :
1. Situation 1 : le point A qui est le centre géométrique du cube.
2. Situation 2 :
a. le point E qui est le centre géométrique du cerf-volant ;
b. le point C qui est le centre de masse du surfeur muni de sa planche ;
c. le point D qui est le centre de masse de l'ensemble.
3. Situation 3 : le point G qui est situé à proximité de la tête beaucoup plus lourde que le manche.

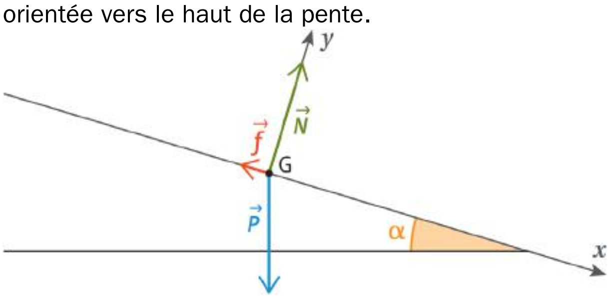
Exercice ***38*** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

39 a. Le système est soumis :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 4{,}8 \times 9{,}81 = 47$ N ;
- à la force de tension de la corde de gauche $\vec{T}_g$, dirigée selon l'axe de la corde de gauche formant un angle θ avec l'horizontale et orientée vers la gauche ;
- à la force de tension de la corde de droite $\vec{T}_d$, dirigée selon l'axe de la corde de droite formant un angle θ avec l'horizontale et orientée vers la droite.



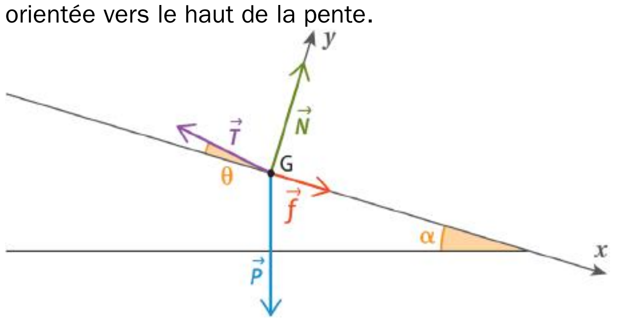
b. Le système est immobile, donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire $\vec{T}_g+\vec{T}_d+\vec{P}=\vec{0}$.
On projette selon l'axe horizontal : $T_d\cos\theta - T_g\cos\theta = 0$
On peut en déduire que la force de tension de la corde est la même : $T_d = T_g = T$
On projette selon l'axe vertical : $T\sin\theta + T\sin\theta - P = 0$
donc $T = \dfrac{P}{2\sin\theta} = \dfrac{mg}{2\sin\theta} = \dfrac{4{,}8\times9{,}81}{2\sin(8{,}0°)} = 1{,}7 \times 10^2$ N.
c. Quand θ tend vers 0, la force T tend vers l'infini.

40 1. a. La voiture est soumise :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 1{,}23 \times 10^4$ N ;
- à la réaction normale du sol $\vec{N}$, dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}$, dirigée selon (Ox) et orientée vers le haut de la pente.



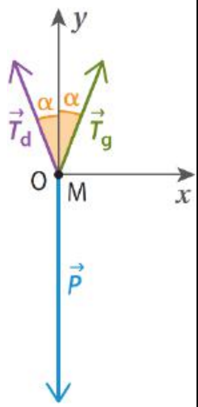
b. La voiture est immobile donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}+\vec{N}+\vec{f}=\vec{0}$

On projette selon l'axe (Ox) : $-f + P\sin\alpha = 0$
On en déduit :
$f = P\sin\alpha = mg\sin\alpha = 1\,250 \times 9{,}81 \times \sin(16{,}7°)$
$f = 3{,}52 \times 10^3$ N
On projette selon l'axe (Oy) : $N - P\cos\alpha = 0$
On en déduit :
$N = P\cos\alpha = mg\cos\alpha = 1\,250 \times 9{,}81 \times \cos(16{,}7°)$
$N = 1{,}17 \times 10^4$ N
2. La voiture est désormais soumise :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 1{,}23 \times 10^4$ N ;
- à la réaction normale du sol $\vec{N}$, dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}$, dirigée selon (Ox) et orientée vers le bas de la pente ;
- à la force de tension du câble $\vec{T}$, dirigée selon l'axe du câble formant un angle θ avec l'axe (Ox) et orientée vers le haut de la pente.



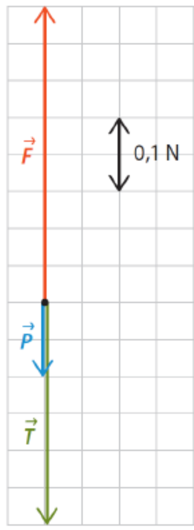
La voiture est animée d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$
On projette selon l'axe (Ox) : $f + P\sin\alpha - T\cos\theta = 0$
On en déduit : $f = T\cos\theta - mg\sin\alpha$
$f = 6{,}60 \times 10^3 \times \cos(10{,}0°) - 1\,250 \times 9{,}81 \times \sin(16{,}7°)$
$f = 2{,}98 \times 10^3$ N
On projette selon l'axe (Oy) : $N + T\sin\theta - P\cos\alpha = 0$
On en déduit : $N = mg\cos\alpha - T\sin\theta$
$N = 1\,250 \times 9{,}81 \times \cos(16{,}7°) - 6{,}60 \times 10^3 \times \sin(10{,}0°)$
$N = 1{,}06 \times 10^4$ N

41 a. Le lustre est soumis :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 3{,}5 \times 9{,}81 = 34$ N ;
- à la force de tension du câble de gauche $\vec{T}_g$, dirigée selon l'axe du câble de gauche formant un angle α avec la verticale et orientée vers le haut ;
- à la force de tension du câble de droite $\vec{T}_d$, dirigée selon l'axe du câble de droite formant un angle α avec la verticale et orientée vers le haut.



b. Le lustre est immobile donc, d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{T}_g + \vec{T}_d + \vec{P} = \vec{0}$
On projette selon l'axe (Ox) : $T_g\sin\alpha - T_d\sin\alpha = 0$
On peut en déduire que la force de tension de la corde est la même : $T_d = T_g = T$
On projette selon l'axe (Oy) : $T\cos\alpha + T\cos\alpha - P = 0$
donc $T = \dfrac{P}{2\cos\alpha} = \dfrac{mg}{2\cos\alpha} = \dfrac{3{,}5 \times 9{,}81}{2 \times \cos(5{,}0°)} = 17$ N.

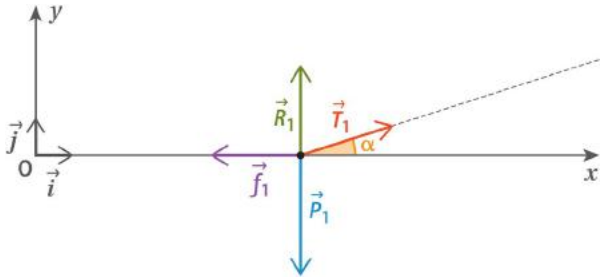
42 a. Le ballon est soumis :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :
$P = mg = 10 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 0{,}10$ N ;
- à la force de tension du fil $\vec{T}$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le bas ;
- à la somme des forces pressantes $\vec{F}_A$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0{,}4$ N.
b. Le ballon est immobile donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_A = \vec{0}$
En projetant selon l'axe vertical, cette expression donne : $-mg - T + F_A = 0$
donc $T = F_A - mg$
$T = 0{,}4 - 10 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 0{,}3$ N
c. Voir schéma ci-contre.



43 1. a. Le parachutiste est soumis :
- à son poids $\vec{P}_1$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :
$P_1 = m_1 g = 70{,}0 \times 9{,}81 = 687$ N ;
- à la force de tension du parachute $\vec{T}_1$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.
b. Le parachutiste est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$
En projetant selon l'axe vertical, cette expression donne $-P_1 + T_1 = 0$ donc $T_1 = P_1 = 687$ N.
2. a. Le parachute est soumis :
- à son poids $\vec{P}_2$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :
$P_2 = m_2 g = 15{,}0 \times 9{,}81 = 147$ N ;
- à la force de tension du parachutiste $\vec{T}_2$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le bas ;
- à la force de frottement avec l'air $\vec{f}_2$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut (opposée au mouvement).
b. D'après la troisième loi de Newton, la force exercée par le parachute sur le parachutiste est opposée à la force exercée par le parachutiste sur le parachute et est de même norme : $\vec{T}_2 = -\vec{T}_1$
Donc la force exercée par le parachutiste sur le parachute vaut $T_2 = T_1 = 687$ N. Cette force est orientée selon l'axe vertical et vers le bas.
c. Le parachute est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f}_2 = \vec{0}$
En projetant selon l'axe vertical, cette expression donne : $-P_2 - T_2 + f_2 = 0$
donc $f_2 = P_2 + T_2 = 687 + 147 = 834$ N.

44 1. a. Le système est soumis :
- à son poids $\vec{P}_1$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :
$P_1 = m_1 g = 65{,}0 \times 9{,}81 = 638$ N ;

- à la réaction normale de l'eau $\vec{R}_1$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}_1$, dirigée selon l'axe horizontal et orientée dans le sens opposé au mouvement, de norme $f_1 = 500$ N ;
- à la force de tension du câble $\vec{T}_1$, dirigée selon l'axe du câble formant un angle α avec l'axe horizontal et orientée dans le sens du mouvement.



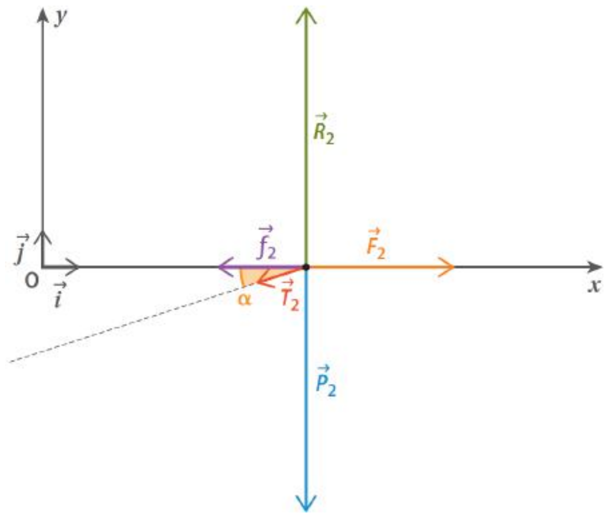
b. Le système est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{f}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$

On projette selon l'axe (Ox) : $-f_1 + T_1\cos\alpha = 0$

On en déduit : $T_1 = \dfrac{f_1}{\cos\alpha} = \dfrac{500}{\cos(10{,}0°)} = 508$ N

Ainsi, la force $\vec{T}_1$ est dirigée selon l'axe du câble, orientée de Laurence vers le bateau et a pour norme $T_1 = 508$ N.

2. a. Le système est soumis :
- à son poids $\vec{P}_2$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :
$P_2 = m_2g = 700 \times 9{,}81 = 6{,}87 \times 10^3$ N ;
- à la réaction normale de l'eau $\vec{R}_2$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}_2$, dirigée selon l'axe horizontal et orientée dans le sens opposé au mouvement, de norme $f_2 = 2{,}50 \times 10^3$ N ;
- à la force de tension du câble $\vec{T}_2$, dirigée selon l'axe du câble formant un angle α avec l'axe horizontal et orientée dans le sens opposé au mouvement ;
- à la force de poussée du bateau $\vec{F}_2$, dirigée selon l'axe horizontal et orientée dans le sens du mouvement.



b. D'après la 3e loi de newton, la force qu'exerce Laurence sur le câble est opposée à la force qu'exerce le câble sur Laurence mais de même norme : $\vec{T}_2 = -\vec{T}_1$

Ainsi, la force $\vec{T}_2$ est dirigée selon l'axe du câble, orientée du bateau vers Laurence et a pour norme $T_2 = T_1 = 508$ N.

c. Le système {bateau} est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire : $\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{f}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_2 = \vec{0}$

On projette selon l'axe (Ox) : $-f_2 - T_2\cos\alpha + F_2 = 0$

On en déduit : $F_2 = f_2 + T_2\cos\alpha$

$F_2 = 2{,}50 \times 10^3 + 508 \times \cos(10{,}0°) = 3{,}00 \times 10^3$ N

Ainsi, la force $\vec{F}_2$ est dirigée selon l'axe horizontal, orientée dans le sens du mouvement et a pour norme $F_2 = 3{,}00 \times 10^3$ N.

45 1. a. Le poids de la bille d'acier vaut :
$P = mg = 1{,}1 \times 10^{-1} \times 9{,}81 = 1{,}1$ N

b. Au moment où on lâche la bille, elle est soumise :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = 1{,}1$ N ;
- à la somme des forces pressantes $\vec{F}_A$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0{,}14$ N ;
- à cet instant, il n'y a pas de forces de frottement.

Voir schéma en page suivante.

c. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire, après avoir lâché la bille : $\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$

On projette selon l'axe (Oy) : $-P + F_A = ma$

d'où $a = \dfrac{-P + F_A}{m} = \dfrac{-1{,}1 + 0{,}14}{1{,}1 \times 10^{-1}} = -8{,}5$ m·s^{-2}.

L'accélération est non nulle et négative. Elle est donc dirigée vers le bas et la bille coule.

2. a. Le poids de la bille de liège vaut :
$P' = m'g = 2{,}8 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 2{,}7 \times 10^{-2}$ N

b. Après avoir lâché la bille, elle est soumise :
- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = 2{,}7 \times 10^{-2}$ N ;
- à la somme des forces pressantes $\vec{F}_A$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0{,}14$ N ;
- à cet instant, il n'y a pas de forces de frottement.

Voir schéma en page suivante.

c. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire, au moment où on lâche la bille : $\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$

On projette selon l'axe (Oy) : $-P + F_A = ma$

d'où $a = \dfrac{-P + F_A}{m} = \dfrac{-0{,}027 + 0{,}14}{2{,}8 \times 10^{-3}} = 40$ m·s^{-2}.

L'accélération est non nulle et positive. Elle est donc dirigée vers le haut et la bille remonte.

3. Pour que la bille reste immobile, il faudrait une accélération nulle.

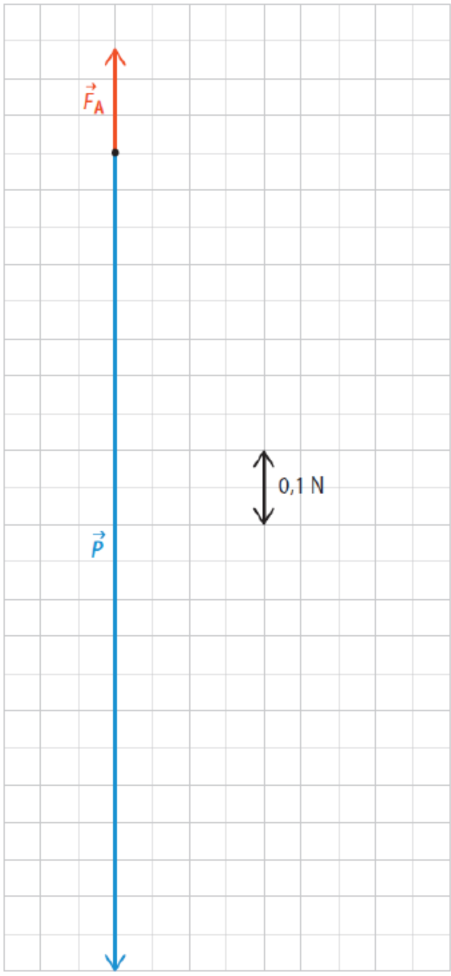
D'après la première loi de Newton :

$\vec{P} + \vec{F}_A = \vec{0}$ soit $-P + F_A = 0$

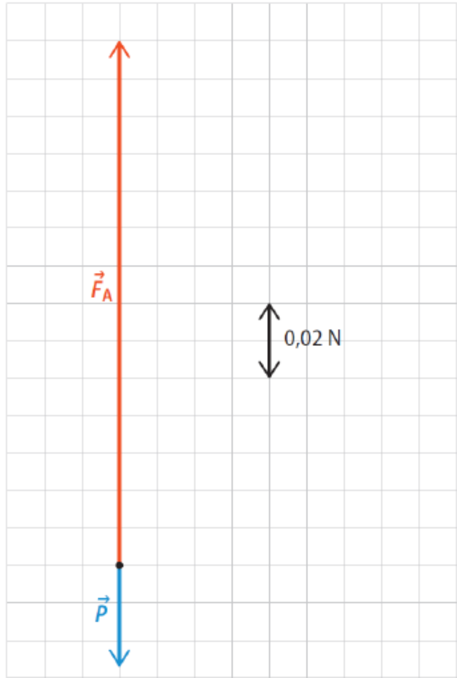
donc $P = mg = F_A = 0{,}14$ N.

On en déduit : $m = \dfrac{F_A}{g} = \dfrac{0{,}14}{9{,}81} = 1{,}4 \times 10^{-2}$ kg $= 14$ g.

1. b.



2. b.



46 D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

a. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \dfrac{F_{1x} + F_{2x}}{m} = \dfrac{2-1}{1} = 1\ \text{m·s}^{-2} \\ a_y = \dfrac{F_{1y} + F_{2y}}{m} = 0\ \text{m·s}^{-2} \end{cases}$

b. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \dfrac{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}}{m} = \dfrac{-1}{1} = -1\ \text{m·s}^{-2} \\ a_y = \dfrac{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}}{m} = \dfrac{1{,}5-0{,}5}{1} = 1\ \text{m·s}^{-2} \end{cases}$

c. $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ soit $\begin{cases} a_x = \dfrac{F_{1x} + F_{2x}}{m} = \dfrac{-1-1}{1} = -2\ \text{m·s}^{-2} \\ a_y = \dfrac{F_{1y} + F_{2y}}{m} = \dfrac{0{,}5-1{,}5}{1} = -1\ \text{m·s}^{-2} \end{cases}$

*Exercice **47** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

48 a. Par définition, une accélération est une variation de vitesse en une durée donnée.

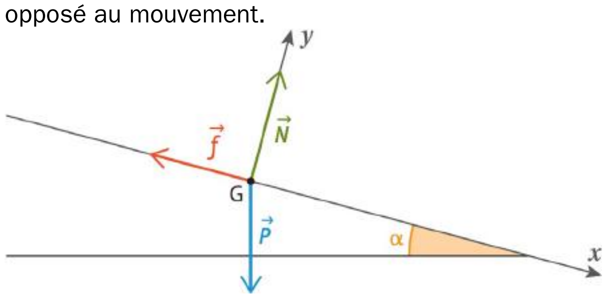
Ici, $a = \dfrac{v_f - v_0}{\Delta t} = \dfrac{-v_0}{\Delta t} = \dfrac{-9{,}0}{3{,}0} = -3{,}0\ \text{m·s}^{-2}$.

Le vecteur accélération est dirigé selon l'axe de la pente, orienté vers le haut de la pente, dans le sens opposé à (Ox) et a pour norme 3,0 m·s^{-2}.

On a donc $a_x = -3{,}0$ m·s^{-2} et $a_y = 0$ m·s^{-2}.

b. Le skieur est soumis :

- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 785$ N ;
- à la réaction normale du sol $\vec{N}$, dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}$, dirigée selon (Ox) et orientée vers le haut de la pente, dans le sens opposé au mouvement.



On utilise la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen, sur le système {skieur} : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{N} = m\vec{a}$

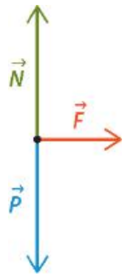
On projette selon l'axe (Ox) : $-f + P\sin\alpha = ma_x$

On en déduit :

$f = mg\sin\alpha - m\,a_x = 80 \times 9{,}81 \times \sin(15°) + 80 \times 3{,}0$

$f = 4{,}4 \times 10^2$ N

49 a. La voiture est soumise :



- à son poids $\vec{P}$, force verticale dirigée vers le bas de norme $P = mg$;
- à la réaction normale du sol $\vec{N}$, force verticale dirigée vers le haut ;
- à la force de frottement des roues avec le sol $\vec{F}$, force horizontale dirigée dans le sens du mouvement.

b. La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Selon l'axe vertical, on peut écrire $-P + N = 0$ puisqu'il n'y a pas d'accélération verticale. Les forces $\vec{P}$ et $\vec{N}$ se compensent.

On projette selon l'axe horizontal : $F = ma$

donc $F = 950 \times 3{,}2 = 3{,}04 \times 10^3$ N. Cette force est horizontale et dirigée dans le sens du mouvement.

c. $a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ donc par intégration :

$v_x = \frac{F}{m}t + A$ où A est une constante.

D'après les conditions initiales, $v_x(t = 0) = A = 0$

donc $v_x(t) = \frac{F}{m}t$.

Au bout de $t_1 = 5$ s, la vitesse vaut :

$$v_x(t_1) = \frac{F}{m}t_1 = \frac{3{,}04 \times 10^3}{950} \times 5{,}0 = 16 \text{ m·s}^{-1}$$

d. De même, $v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ donc par intégration :

$x = \frac{F}{2m}t^2 + B$ où B est une constante.

D'après les conditions initiales, $x(t = 0) = B = 0$

donc $x(t) = \frac{F}{2m}t^2$.

Au bout de $t_1 = 5$ s, la distance parcourue vaut :

$$x(t_1) = \frac{F}{2m}\, t_1^2 = \frac{3{,}04 \times 10^3}{2 \times 950} \times 5{,}0^2 = 40 \text{ m}$$

50 a. Le système est soumis :

- à son poids $\vec{P}$, dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :
$P = mg = 120 \times 9{,}81 = 1{,}18 \times 10^3$ N ;
- à la force de poussée $\vec{F}$, dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.

On applique la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$

Pour que le système décolle, il faut que l'accélération soit positive le long de l'axe vertical ascendant. Il faut donc $a_y > 0$ ce qui implique $P_y + F_y > 0$. En projection le long de l'axe vertical, cette expression donne $F > P$ soit $F > 1{,}18 \times 10^3$ N. La norme de la force de poussée doit donc être supérieure à $1{,}18 \times 10^3$ N.

b. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$. On projette cette équation le long de l'axe vertical : $-P + F = ma$

On en déduit :

$$a = \frac{F - P}{m} = \frac{1{,}66 \times 10^3 - 1{,}18 \times 10^3}{120} = 4{,}00 \text{ m·s}^{-2}$$

c. $a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = a$ donc par intégration :

$v_y(t) = at + A$ où A est une constante.

D'après les conditions initiales, $v_y(t = 0) = A = 0$

donc $v_y(t) = at$.

De même, $v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$ donc par intégration :

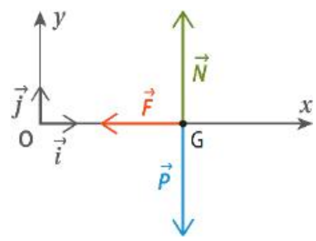
$y(t) = \frac{a}{2}t^2 + B$ où B est une constante.

D'après les conditions initiales, $y(t = 0) = B = 0$

donc $y(t) = \frac{a}{2}t^2$.

d. L'ascension est terminée au bout d'un temps $t_1 = 3{,}0$ s. À cet instant, l'altitude atteinte vaut $y_1(t_1) = \frac{a}{2}\, t_1^2 = \frac{4{,}00}{2} \times 3{,}0^2 = 18$ m et la vitesse vaut $v_y(t_1) = v_1 = at_1 = 12 \text{ m·s}^{-1}$.

51 a. Le système est soumis :



- à son poids $\vec{P}$, force verticale dirigée vers le bas de norme $P = mg$;
- à la réaction normale de la route $\vec{N}$, force verticale dirigée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{F}$, force horizontale dirigée dans le sens opposé au mouvement.

On néglige les frottements avec l'air.

b. La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Selon l'axe (Oy), on peut écrire $-P + N = 0$ puisqu'il n'y a pas d'accélération verticale. Les forces $\vec{P}$ et $\vec{N}$ se compensent. On projette selon l'axe (Ox) :

$-F = ma_x$ soit $a_x = \frac{-F}{m}$.

$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ et $v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ donc par intégration :

$v_x = \frac{-F}{m}t + A$ et $x = \frac{-F}{2m}t^2 + At + B$

où A et B sont des constantes.

D'après les conditions initiales :

$v_x(t = 0) = A = v_0$ et $x(t = 0) = B = 0$

Les équations horaires de la vitesse et de la position sont donc : $v_x = \frac{-F}{m}t + v_0$ et $x(t) = \frac{-F}{2m}t^2 + v_0 t$

c. Le vélo est à l'arrêt après une durée τ au bout de laquelle la vitesse est nulle, soit $v_x(\tau) = \frac{-F}{m}\tau + v_0 = 0$

et donc $\tau = \frac{mv_0}{F}$.

d. On remplace dans l'équation de x, on obtient :

$$x(\tau) = d = \frac{-F}{2m}\left(\frac{mv_0}{F}\right)^2 + v_0 \times \frac{mv_0}{F} = \frac{mv_0^2}{2F}.$$

On peut donc en déduire l'expression $F = \frac{mv_0^2}{2d}$.

En utilisant les valeurs données dans l'énoncé, la norme de la force de frottement vaut alors :

$$F = \frac{mv_0^2}{2d} = \frac{1{,}0 \times 10^2 \times 10^2}{2 \times 5{,}0} = 1{,}0 \times 10^3 \text{ N}$$

52 a. Le système est soumis :

- à son poids $\vec{P}$, force verticale dirigée vers le bas de norme $P = mg$;
- à la réaction normale du support $\vec{N}$, force verticale dirigée vers le haut ;
- à la force de frottement $\vec{f}$, force horizontale dirigée dans le sens opposé au mouvement (selon –(Ox), ici).

b. La deuxième loi de Newton s'écrit $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$.
Selon l'axe (Oy), on peut écrire $-P + N = 0$ puisqu'il n'y a pas d'accélération verticale. Les forces $\vec{P}$ et $\vec{N}$ se compensent.

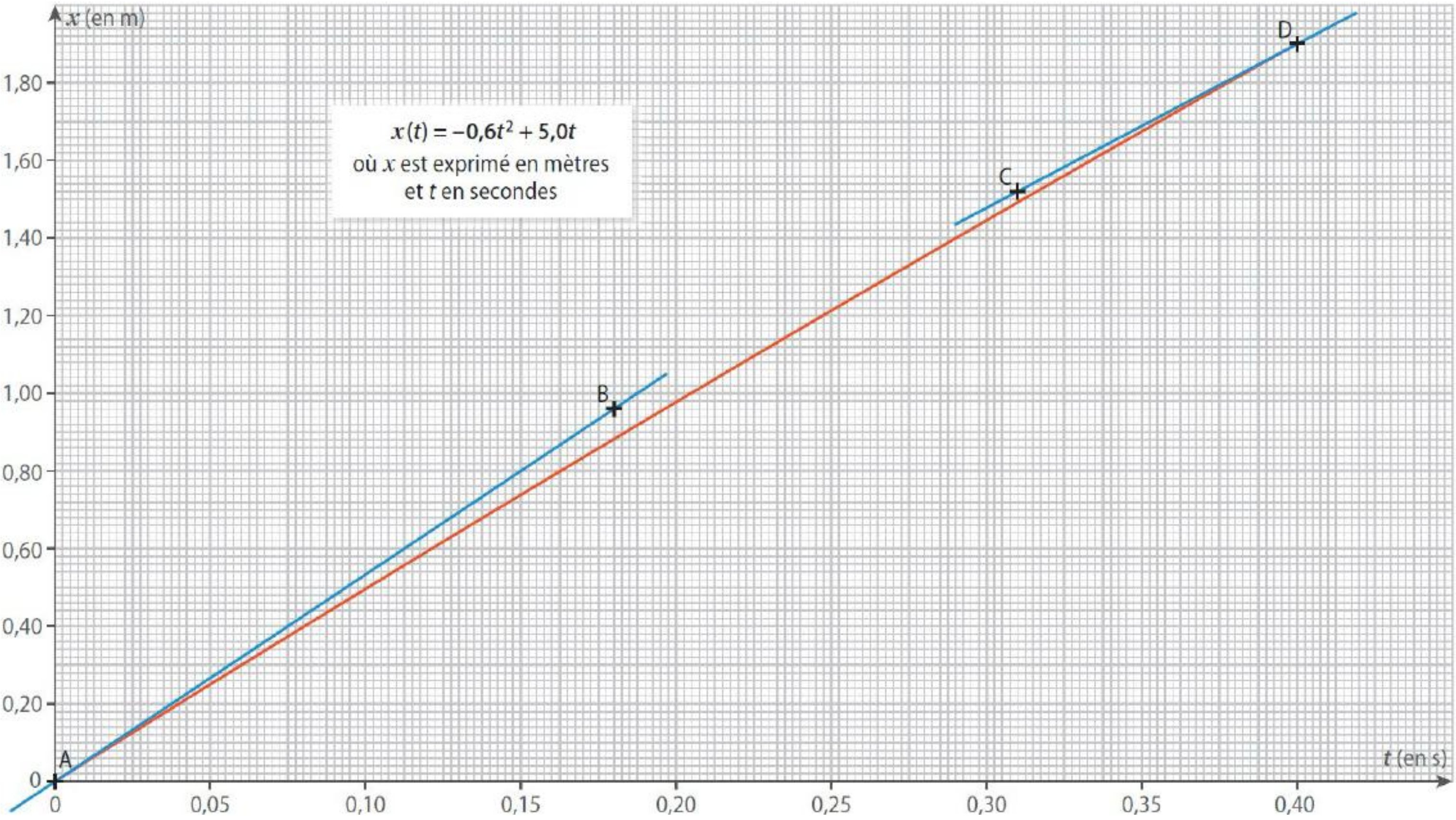
On projette selon l'axe (Ox) : $-f = ma_x$ soit $a_x = \frac{-f}{m}$.

$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ et $v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ donc par intégration :

$v_x = \frac{-f}{m}t + A$ et $x = \frac{-F}{2m}t^2 + At + B$

où A et B sont des constantes.
D'après les conditions initiales :
$v_x(t = 0) = A = v_0$ et $x(t = 0) = B = 0$
Les équations horaires de la vitesse et de la position sont donc : $v_x = \frac{-f}{m}t + v_0$ et $x(t) = \frac{-F}{2m}t^2 + v_0 t$

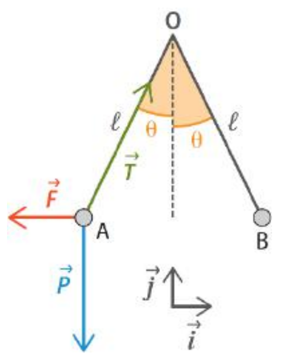
c. Par comparaison, on en déduit $\frac{-F}{2m} = -0{,}6\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
d'où $f = 0{,}6 \times 2 \times m = 0{,}25$ N et $v_0 = 5{,}0\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.
d. D'après le graphique, la boule touche la paroi au bout d'un temps $t_1 = 0{,}4$ s.
À cet instant, la vitesse de la boule vaut :
$v_1 = v_x(t_1) = \frac{-f}{m}t_1 + v_0 = \frac{-0{,}25}{0{,}209} \times 0{,}4 + 5{,}0 = 4{,}5\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
e. Graphiquement, on retrouve les valeurs de v_0 et v_1 grâce à leur tangente :
$v_0 = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{0{,}96}{0{,}18} = 5{,}3\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
et $v_1 = \frac{x_D - x_C}{t_D - t_C} = \frac{1{,}90 - 1{,}52}{0{,}40 - 0{,}31} = 4{,}2\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
On retrouve les résultats attendus aux incertitudes de mesure près.



53 a. La bille A subit :
- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- la tension du fil $\vec{T}$;
- la force électrique
$\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{\mathrm{AB}^2}\vec{i}$

avec AB = $2\ell\sin\theta$.

b. D'après la première loi de Newton, comme le système est au repos dans le référentiel terrestre supposé galiléen, $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$.



En projection sur $\vec{i}$, cela donne :
$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4\ell^2\sin^2\theta} + T\sin\theta = 0$ d'où $T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4\ell^2\sin^3\theta}$.

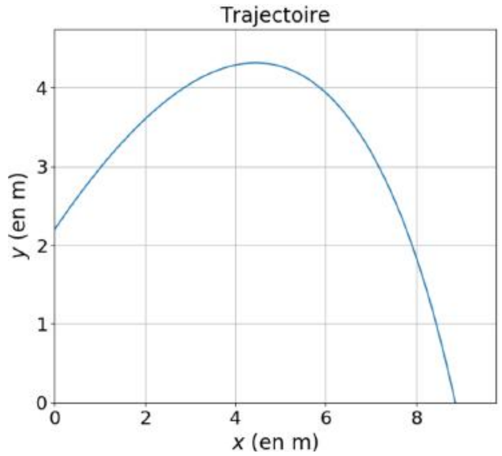
En projection sur $\vec{j}$, on a :
$-mg + T\cos\theta = 0$, d'où $T = \frac{mg}{\cos\theta}$.

Cela donne : $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4\ell^2\sin^3\theta} = \frac{mg}{\cos\theta}$

d'où $q = \pm\sqrt{\frac{4mg\ell^2\sin^3\theta}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cos\theta}}$.

c. On calcule $|q| = 4{,}3 \times 10^{-8}$ C.

54



a. • Calcul de la variation du vecteur vitesse : c'est la deuxième loi de Newton qui est utilisée, dans sa version discrète $\Delta\vec{v} = \frac{\Delta t}{m}\vec{F}$, où $\vec{F}$ est la somme des forces subies.

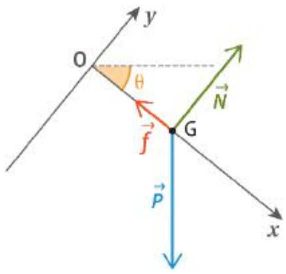
• Calcul du vecteur vitesse à la date $t + \Delta t$: on utilise $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$.

• Calcul de la position à la date $t + \Delta t$: on utilise $\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t}$.

b. `while y[p] >= 0 :` assure que la boucle tourne tant que le projectile est au-dessus du sol.

c. On ajoute `portee=max(x)`.

55 On étudie le skieur modélisé par son centre de masse G dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids $\vec{P}$, la réaction normale de la piste $\vec{N}$ et les frottements de la piste $\vec{f}$.



En notant $\vec{a}$ l'accélération du système dans le référentiel d'étude, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}$. En projection sur l'axe (Ox), cela donne $ma_x = -f + mg\sin\theta$.

Si le skieur démarre immobile, alors on peut écrire l'équation horaire de sa vitesse sur l'axe parallèle à la pente, $v_x = \left(g\sin\theta - \frac{f}{m}\right)t$, puis sa position sur cet axe en prenant comme origine la position de démarrage, $x = \frac{1}{2}\left(g\sin\theta - \frac{f}{m}\right)t^2$.

La longueur L est parcourue au bout de la durée t_f telle que $L = \frac{1}{2}\left(g\sin\theta - \frac{f}{m}\right)t_f^2$, d'où $t_f = \sqrt{\frac{2L}{g\sin\theta - \frac{f}{m}}}$.

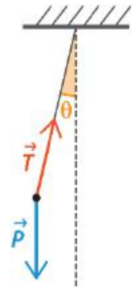
La vitesse à cette date-là est $v_f = \left(g\sin\theta - \frac{f}{m}\right)t_f$, soit $v_f = \sqrt{2L\left(g\sin\theta - \frac{f}{m}\right)}$.

La norme de la force de frottements de la piste est donc $f = mg\sin\theta - \frac{v_f^2}{2L} = 4{,}9 \times 10^2$ N.

56 1. On étudie le sapin modélisé par un point dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la tension du fil $\vec{T}$. D'après la deuxième loi de Newton, $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$, où $\vec{a}$ est l'accélération du sapin dans le référentiel terrestre.

En projection sur un axe vertical ascendant, cela donne $0 = -mg + T\cos\theta = 0$, d'où $T = \frac{mg}{\cos\theta}$.

a. L'accélération a pour norme, dans ce cas, $a = \frac{100}{3{,}6 \times 12} = 2{,}3$ m·s^{-2}.



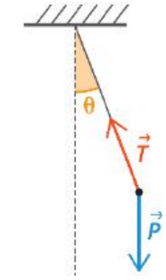
En projection sur un axe horizontal dans le sens de la marche, la deuxième loi de Newton donne :

$ma_x = T\sin\theta$ avec $a_x = a$.

On obtient donc $ma = \frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta$

d'où $\tan\theta = \frac{a}{g}$ puis $\theta = 13°$.

b. En projection sur un axe horizontal dans le sens de la marche, la deuxième loi de Newton donne :



$ma_x = -T\sin\theta$ avec $a_x = -a$.

On peut obtenir $v_x = -at + v_0$

avec $v_0 = 100$ km·h^{-1} = 27,8 m·s^{-1}.

Puis $x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0t$, distance parcourue pendant le freinage.

L'arrêt a lieu à la date t_f telle que $v_x(t_f) = 0$ d'où $t_f = \frac{v_0}{a}$. La distance d'arrêt est donc :

$L = x(t_f) = -\frac{1}{2}at_f^2 + v_0t_f = \frac{{v_0}^2}{2a}$.

Comme $L = 100$ m, on en déduit $a = \frac{v_0^2}{2L} = 3{,}9$ m·s^{-2}.

On obtient, comme précédemment, $-ma = -\frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta$

d'où $\tan\theta = \frac{a}{g}$ puis $\theta = 21°$.

2. L'accélération est alors centripète, de norme $a = \frac{v^2}{R}$ avec $v = 70$ km·h^{-1} = 19 m·s^{-1}.

Le même raisonnement que précédemment en projetant la deuxième loi de Newton sur le vecteur normal du repère de Frenet donne de même $\tan\theta = \frac{a}{g}$ puis $\theta = 21°$.

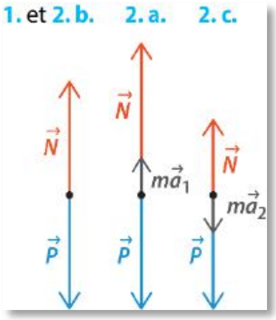
57 1. On étudie la personne dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la réaction normale du support $\vec{N}$. La personne étant immobile dans un référentiel galiléen, $\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$, d'où $\vec{N} = -\vec{P}$. D'après la troisième loi de Newton, la force exercée par la personne sur le pèse-personne est $-\vec{N} = \vec{P}$. La norme de cette force est donc mg, ce qui fait que le pèse-personne affiche bien la masse m de la personne.

2. a. Cette fois-ci, on applique la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$ d'où $\vec{N} = m\vec{a}_1 - \vec{P}$.

Le pèse-personne subit donc la force $-\vec{N} = -m\vec{a}_1 + \vec{P}$, de norme $m(g + a_1)$.

La masse affichée est donc $\frac{m(g + a_1)}{g} = 1{,}0 \times 10^2$ kg.

b. Quand l'ascenseur est en mouvement rectiligne et uniforme, tout se passe comme s'il était à l'arrêt, donc le pèse-personne affiche bien m.

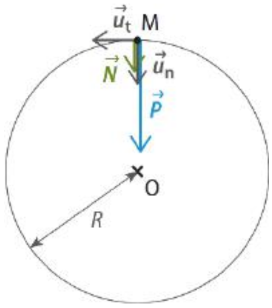


c. Lorsque l'ascenseur freine en arrivant en haut, avec une accélération $\vec{a}_2 = -\vec{a}_1$, on procède de la même façon qu'à la question **2a** : le pèse-personne subit la force $-\vec{N} = -m\vec{a}_2 + \vec{P}$, de norme $m(g - a_2)$.

La masse affichée est donc $\dfrac{m(g-a_2)}{g} = 85$ kg.

d. Lorsque le câble est rompu, si l'accélération est $\vec{a}_3 = \vec{g}$, alors $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}_3 = m\vec{g}$ donne $\vec{N} = \vec{0}$: la balance affiche 0 kg.

58 a. L'accélération du système est : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}\vec{u}_n$ où R est le rayon de la trajectoire et v la norme de la vitesse de la moto.



b. Le système subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la réaction normale du support $\vec{N}$.
La deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre s'écrit $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}$, d'où $\vec{N} = m\vec{a} - \vec{P} = m(\vec{a} - \vec{g})$. En projection sur $\vec{u}_n$, cela donne : $N = m(a - g) = m\left(\dfrac{v^2}{R} - g\right)$

Le contact existe tant que $N > 0$, c'est-à-dire tant que $\dfrac{v^2}{R} > g$. La vitesse minimale à laquelle doit rouler le motard est donc $v_{min} = \sqrt{Rg}$.

c. Le rayon de la trajectoire semble voisin de $R = 2$ m. On calcule donc $v_{min} = 4$ m·s^{-1}, voisine de 16 km·h^{-1}.

59 1. a. On étudie la bille ramenée à son centre de masse G dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force de frottement $\vec{f}$.

La deuxième loi de Newton s'écrit donc :

$m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{f}$ soit $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \dfrac{k}{m}\vec{v}$.

On peut écrire aussi ceci : $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = -\dfrac{k}{m}\left(\vec{v} - \dfrac{m}{k}\vec{g}\right)$,

qui est bien de la forme proposée avec $\tau = \dfrac{m}{k}$

et $\vec{v}_\ell = \dfrac{m}{k}\vec{g}$.

τ est en secondes puisque $\dfrac{1}{\tau}\vec{v}$ est homogène à une accélération. Et v_ℓ est en mètres par seconde puisque c'est homogène à une vitesse.

b. D'après les expressions du cours, on en déduit $\vec{v} = \vec{v}_\ell + \vec{A}e^{-t/\tau}$.

À $t = 0$ s, $\vec{v} = \vec{0}$, d'où $\vec{A} = -\vec{v}_\ell$ puis $\vec{v} = \vec{v}_\ell\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

2. a. On détermine graphiquement τ comme l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale : $\tau = 0{,}09$ s

On détermine v_ℓ comme l'ordonnée de l'asymptote horizontale : $v_\ell = 0{,}9$ m·s^{-1}

b. On en déduit $k = \dfrac{m}{\tau} = 2 \times 10^{-2}$ kg·s^{-1}.

60 1. La goutte subit son poids $\vec{P} = m\vec{g} = \dfrac{4}{3}\pi\rho_h r^3\vec{g}$, la force de frottement $\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$ et la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$.

2. Si la goutte est en mouvement rectiligne et uniforme dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, alors : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = \vec{0}$ d'où $\dfrac{4}{3}\pi\rho_h r^3\vec{g} - 6\pi\eta r\vec{v} + q\vec{E} = \vec{0}$.

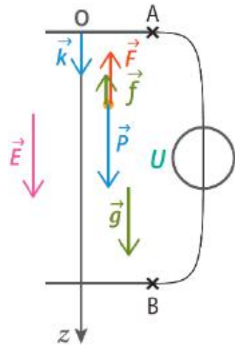
En projection sur l'axe (Oz), cela donne :

$\dfrac{4}{3}\pi\rho_h r^3 g - 6\pi\eta r v_z + qE_z = 0$

d'où $v_z = \dfrac{1}{6\pi\eta r}\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\rho_h g + qE_z\right)$

3. a. Si le champ électrostatique est nul, alors la vitesse s'écrit $v_0 = \dfrac{1}{6\pi\eta r}\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\rho_h g\right)$, d'où l'on déduit :

$r = \sqrt{\dfrac{9\eta v_0}{2\rho_h g}}$



b. La goutte est immobile si la force électrostatique est vers le haut. Comme elle est chargée négativement, cela impose que $\vec{E}$ soit orienté vers le bas. La borne A doit donc être la borne positive du générateur.

La relation de la question **2** avec $v_z = 0$ donne :

$\dfrac{4}{3}\pi r^3\rho_h g + qE_0$ d'où $q = -\dfrac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho_h g}{E_0}$.

4. Posons, pour fixer les idées, $\vec{E}_1 = E_1\vec{k}$, vertical vers le bas. La relation de la question **2** donne :

$v_{1z} = \dfrac{1}{6\pi\eta r}\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\rho_h g + qE_1\right)$ et $v_{2z} = \dfrac{1}{6\pi\eta r}\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\rho_h g - qE_1\right)$

En additionnant ces deux relations, il vient :

$v_{1z} + v_{2z} = \dfrac{2}{6\pi\eta r}\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\rho_h g\right)$ d'où $r = \sqrt{\dfrac{9\eta(v_{1z} + v_{2z})}{4\rho_h g}}$.

En soustrayant la deuxième relation à la première, il vient : $v_{1z} - v_{2z} = \dfrac{1}{6\pi\eta r}(2qE_1)$

On en déduit : $q = \dfrac{3\pi\eta r(v_{1z} - v_{2z})}{E_1}$

*Exercice **61** corrigé à l'adresse* hatier-clic.fr/pct338

62 1.1. D'après la deuxième loi de Newton, la somme vectorielle des forces subies par un système est égale au produit de sa masse par son accélération dans un référentiel galiléen. Appliquée à la balle dans le référentiel terrestre, ne subissant que la force $\vec{F}$ dans son trajet entre A et B, cela s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$, où $\vec{a}$ est l'accélération de la balle.

1.2. Entre A et B, l'accélération de la balle est un vecteur constant et sa trajectoire une ligne droite, donc la balle est en mouvement rectiligne et uniformément accéléré.

2.1. En notant $\vec{v}$ le vecteur vitesse de la balle, on peut écrire $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

2.2. L'accélération étant constante, elle est égale à l'accélération moyenne entre A et B, de norme :

$a = \frac{v_B}{\Delta t} = \frac{14}{0{,}11} = 1{,}3 \times 10^2 \text{ m·s}^{-2}$

3. On en déduit $F = ma = 20$ N.

Le poids de la balle ayant pour norme $P = mg = 1{,}6$ N, il est inférieur en norme au dixième de F, ce qui peut justifier qu'on le néglige.

63 On étudie le solide de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force de rappel du ressort $\vec{F}$ de norme $F = k\ell_0$. Le système étant à l'équilibre, on applique la première loi de Newton : $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$ d'où l'on déduit, en projection verticale :

$k\ell_0 - mg = 0$ puis $\ell_0 = \frac{mg}{k}$.

Le tracé de ℓ_0 en fonction de m donne donc une droite qui passe par l'origine, de coefficient directeur $\frac{g}{k}$.

Sur le graphique, on détermine ce coefficient directeur :

$a = \frac{g}{k} = \frac{20{,}5 \times 10^{-2}}{100 \times 10^{-3}} = 2{,}05 \text{ m·kg}^{-1}$

On en déduit $k = \frac{g}{a} = \frac{9{,}8}{2{,}05} = 4{,}8 \text{ N·kg}^{-1}$.

64 1. Le débit massique total est :

$D = 270 + 2 \times 1{,}8 \times 10^3 = 3{,}87 \times 10^3 \text{ kg·s}^{-1}$

Pendant $\Delta t = 2{,}4$ s, la masse éjectée est donc :

$m_{éj} = D\Delta t = 9{,}3 \times 10^3$ kg soit 9,3 tonnes.

La masse au décollage étant m = 750 à 780 tonnes, cette masse éjectée est donc négligeable devant la masse initiale de la fusée. On peut donc considérer que la masse totale de la fusée est constante pendant la durée de l'étude.

2. On mesure sur la photo $y_1 = 2{,}0$ cm, puis $y_5 = 2{,}7$ cm. Comme $y_1 = 30{,}1$ m en réalité, on en déduit $y_5 = 30{,}1 \times \frac{2{,}7}{2{,}0} = 41$ m.

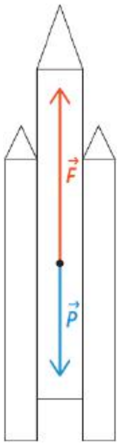
3.1. On peut écrire $v_2 = \frac{33{,}3 - 30{,}1}{1{,}00 - 0{,}20} = 4{,}00 \text{ m·s}^{-1}$.

C'est bien ce qu'on lit sur le graphique à 0,6 s.

3.2. On modélise les points du graphique par une droite. L'accélération de la fusée est le coefficient directeur de la droite et vaut $\frac{15}{2{,}2} = 6{,}8 \text{ m·s}^{-2}$, voisin de 7 m·s^{-2}.

3.3. Le vecteur accélération est vertical car le mouvement est vertical, et orienté vers le haut car la vitesse verticale croît au cours du temps.

4. Voir schéma ci-contre.



5. La fusée subit son poids $\vec{P}$, vertical et vers le bas, de norme $P = mg$, et la force de poussée $\vec{F}$, verticale et vers le haut.

La deuxième loi de Newton s'écrit :

$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$ d'où l'on déduit $\vec{F} = m\vec{a} - \vec{P}$, de norme $F = ma + mg = 1{,}3 \times 10^7$ N.

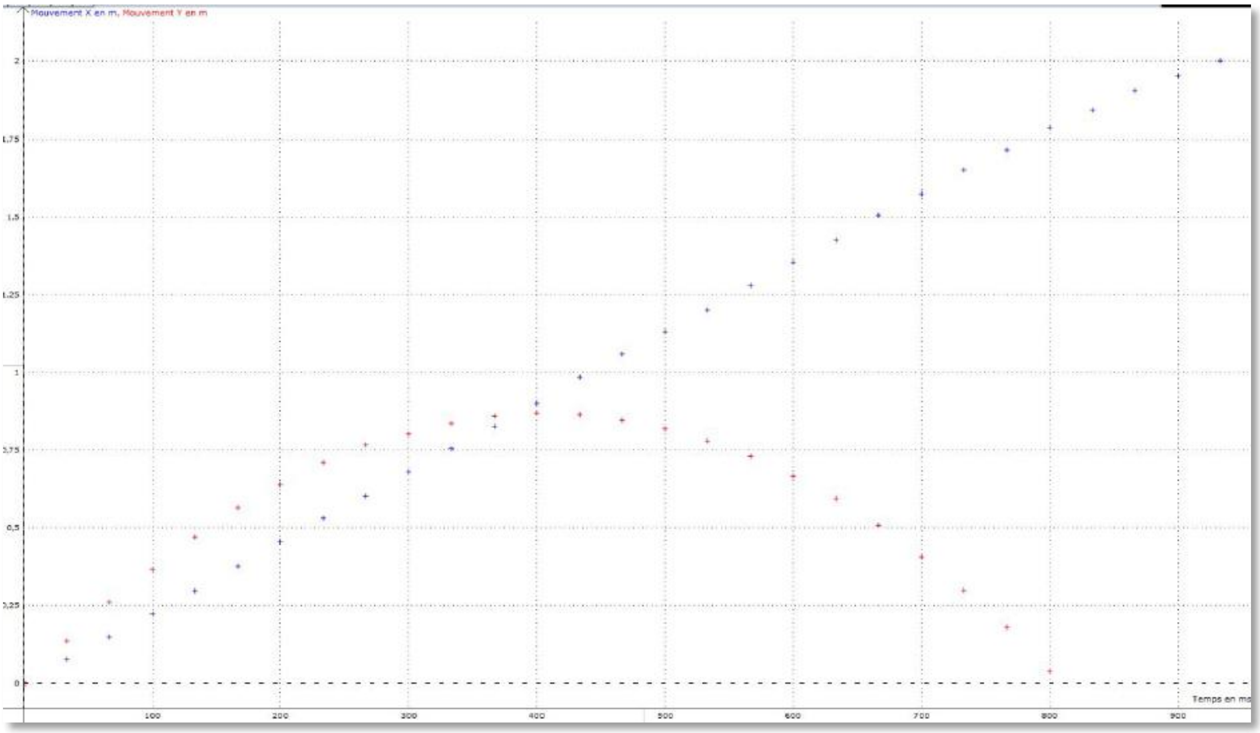
C'est bien cohérent avec les 13 000 kN de poussée annoncés.

12. Mouvement dans un champ uniforme

Activités p. 346 à 349

① Étude dynamique d'un mouvement plan

Voici des exemples de courbes obtenues :



Dans cet exemple la modélisation linéaire de la courbe $x(t)$ donne : $x(t) = 2{,}213t$

La modélisation parabolique de la courbe $y(t)$ donne : $y(t) = -5{,}098t^2 + 4{,}155t + 9{,}874 \times 10^{-3}$

1. On choisit le modèle linéaire car à l'instant initial, l'origine a été placée au niveau de la position de la balle. Les coordonnées de la balle sont donc nulles à cet instant.
2. En utilisant le tableur, on détermine les coordonnées du premier point (indice 0) et du deuxième point (indice 1) : $v_{0x} = \dfrac{x_1 - x_0}{\Delta t} = 2{,}244$ m·s^{-1} et $v_{0y} = \dfrac{y_1 - y_0}{\Delta t} = 4{,}225$ m·s^{-1} dans notre exemple.
3. Les coordonnées théoriques du mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \end{cases}$$

Les coordonnées numériques théoriques du mouvement (sur cet exemple) sont :

$$\begin{cases} x(t) = 2{,}244t \\ y(t) = -4{,}91t^2 + 4{,}225t \end{cases}$$

Les coordonnées numériques des modèles numériques (sur cet exemple) obtenues précédemment sont :

$$\begin{cases} x(t) = 2{,}213t \\ y(t) = -5{,}098t^2 + 4{,}155t + 9{,}874 \times 10^{-3} \end{cases}$$

Les valeurs sont très proches :

$2{,}244 \approx 2{,}213$ $\quad -4{,}91 \approx -5{,}098$

$4{,}225 \approx 4{,}155$ $\quad 0 \approx 9{,}874 \times 10^{-3}$

La deuxième loi de Newton permet donc de retrouver les coordonnées du mouvement.

Bilan

- Si on compare les solutions obtenues avec la deuxième loi de Newton avec les modèles numériques obtenus grâce au logiciel de pointage, on s'aperçoit que les équations horaires sont très proches. On en déduit que la deuxième loi de Newton permet de prévoir convenablement le mouvement du ballon.
- On peut entrevoir deux sources d'erreurs entre théorie et expérience.

La première est d'ordre expérimental. Le pointage est une chose délicate à réaliser sans erreur de pointage. Pour se rendre compte de cette erreur, il suffit de regarder les équations horaires obtenues par les autres groupes. Avec le même enregistrement, sans erreur de pointage, chaque binôme devrait trouver les mêmes résultats.

La deuxième est liée au modèle choisi et, plus exactement, à l'absence de frottement de toute nature. Même si le ballon se déplace doucement, l'air agit sur le ballon et le freine

② Étude énergétique d'un mouvement plan

Le pointage de la vidéo donne des tableaux de mesures. Dans le tableur, on crée les variables v_x et v_y, puis la norme v. On calcule v_x en faisant le calcul $v_x(t) = \frac{v_x(t+\Delta t) - v_x(t+\Delta t)}{2\Delta t}$. En langage Latis-Pro, cela donne, dans l'exemple utilisé :

3.48 | Fx | fx =(Mouvement X[n+1]-Mouvement X[n-1])/(2*0.033)

X)	Mouvement X	Mouvement Y	vx	vy	v	Ec
	m	m	m/s	m/s	m/s	J
	3,081 mm	-3,686 mm				
	77,896 mm	0,137 m	=(Mouvem			
	0,148 m	0,26 m				

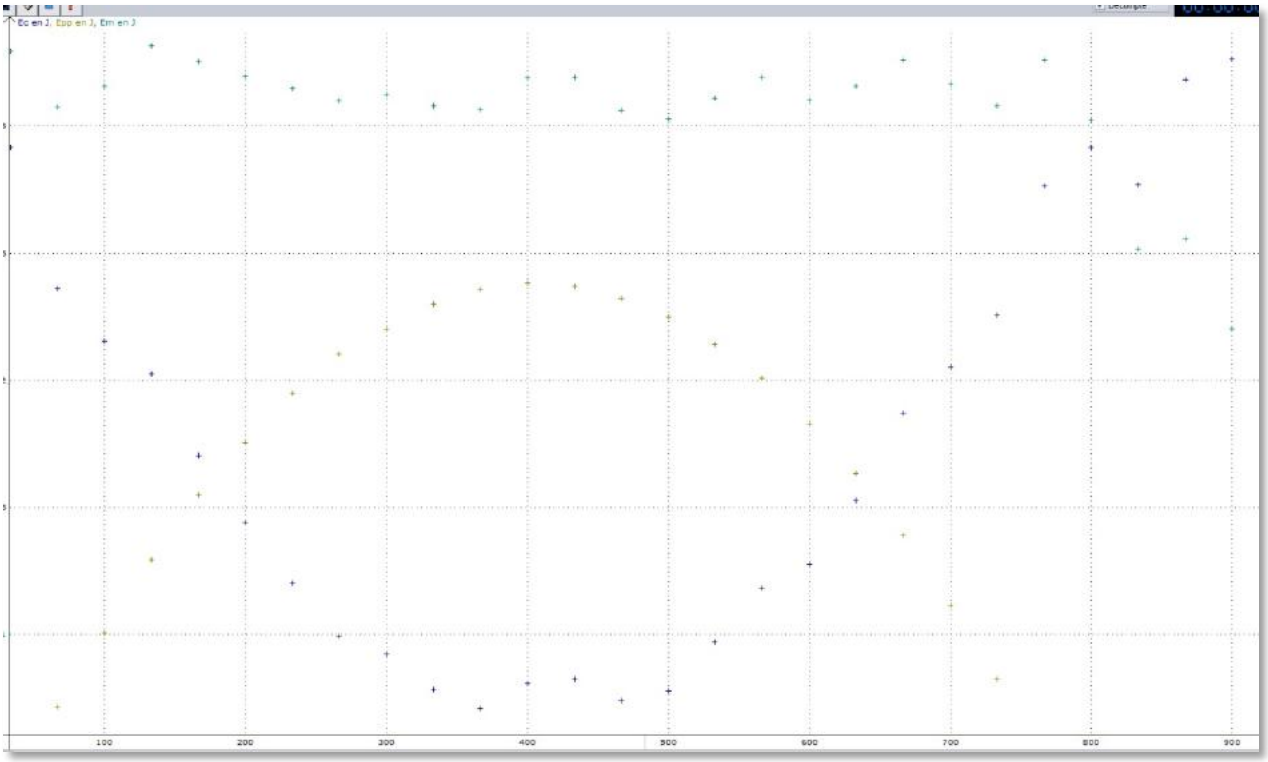
On fait de même pour v_y. Pour la norme de la vitesse v, on calcule $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

En langage Latis-Pro, cela donne, dans notre exemple :

3.48 | Fx | fx =(vx^2+vy^2)^0.5

)	Mouvement X	Mouvement Y	vx	vy	v
	m	m	m/s	m/s	m/s
	3,081 mm	-3,686 mm			

On créer les variables E_{pp} ; E_c puis E_m.
Pour E_{pp}, la variable y représente l'altitude de la balle et la masse de la balle utilisée dans notre exemple est m = 0,280 kg. On calcule avec le tableur $E_{pp} = mgy$.
Pour E_c, la masse de la balle utilisée dans notre exemple est m = 0,280 kg. On calcule avec le tableur $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ en utilisant la norme de la vitesse calculée précédemment.
Pour E_m, on calcule $E_m = E_c + E_{pp}$. On obtient, dans notre exemple, les courbes suivantes.



1. a. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur est implicitement choisie à l'endroit correspondant à l'altitude nulle. Ici, l'origine a été choisie à la position initiale du ballon. On en déduit que la position initiale est la position choisie comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur.
b. À l'instant initial, comme l'énergie potentielle de pesanteur est nulle, l'énergie de la balle se trouve uniquement sous la forme d'une énergie cinétique. Sur le graphique, ce n'est pas le cas, car il nous a été impossible de calculer la vitesse à l'instant initial, et ainsi nous n'avons pas les énergies à cet instant.
2. a. Compte tenu de la précision dans le pointage, on s'aperçoit qu'en dehors de la fin du mouvement, l'énergie mécanique semble constante. Cette chute soudaine d'énergie est sans doute à chercher dans le fait qu'à ce moment, la vitesse de la balle devient suffisamment grande pour que les effets des frottements de l'air commencent à se faire sentir. La courbe de l'énergie potentielle semble continuer comme attendu, mais la courbe de l'énergie cinétique semble stagner. Toute l'énergie potentielle n'est plus entièrement convertie en énergie cinétique. Une partie de cette énergie disparaît sous forme de chaleur.
b. D'un point de vu énergétique, au cours du mouvement de la balle, l'énergie cinétique de la balle s'est transformée en énergie potentielle pendant la montée, puis la transformation s'est inversée au cours de la descente.

3. a. On peut repérer le sommet de la trajectoire à l'aide des courbes énergétiques en se rappelant l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = mgy$. L'altitude du ballon devient maximale lorsque l'énergie potentielle de pesanteur devient maximale aussi.
On utilise alors le réticule de la fenêtre graphique pour obtenir l'instant correspondant au maximum de l'énergie potentielle de pesanteur. Dans l'enregistrement utilisé, cela correspondait à la position telle que $t = 400$ ms.
b. Au sommet de la trajectoire, l'énergie cinétique n'est pas nulle car la balle n'est pas immobile, mais a toujours une vitesse horizontale. Sa vitesse n'est donc pas nulle, son énergie cinétique non plus.
On obtient l'énergie cinétique de la balle à cet instant, en utilisant le réticule de la fenêtre graphique.
Dans notre exemple, l'énergie cinétique minimale était $E_{cmin} = 697$ mJ. Comme $E_{cmin} = \frac{1}{2}mv_{min}^2$, où v_{min} est la vitesse minimale, on obtient :
$$v_{min} = \sqrt{\frac{2E_{cmin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 697 \times 10^{-3}}{0{,}280}} = 2{,}23\ \text{m·s}^{-1}.$$
On compare cette valeur en allant chercher, dans le tableur, la valeur de la norme de la vitesse v à cet instant. Pour notre exemple, dans le tableur : à $t = 400$ ms, on a $v = 2{,}227\ \text{m·s}^{-1}$, ce qui correspond tout à fait à la valeur calculée.
c. Grâce au réticule de la fenêtre graphique, on mesure l'énergie potentielle maximale.
Dans notre exemple, on mesure $E_{ppmax} = 2{,}389$ J.
Comme $E_{ppmax} = mgy_{max}$, on obtient :
$$y_{max} = \frac{E_{ppmax}}{mg} = \frac{2{,}389}{0{,}280 \times 9{,}81} = 8{,}70 \times 10^{-1}\ \text{m}$$
On peut comparer cette valeur à la valeur de y dans le tableur. Dans notre exemple : à $t = 400$ ms, on a $y = 0{,}868$ m ce qui correspond tout à fait à la valeur calculée. La mesure et le calcul correspondent.
4. Cette chute soudaine d'énergie est sans doute à chercher dans le fait qu'à ce moment, la vitesse de la balle devient suffisamment grande pour que les effets des frottements de l'air commencent à se faire sentir. La courbe de l'énergie potentielle semble continuer, comme attendu, mais la courbe de l'énergie cinétique semble stagner. Toute l'énergie potentielle n'est plus entièrement convertie en énergie cinétique. Une partie de cette énergie disparaît sous forme de chaleur.

Bilan

• En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre deux points, on peut connaître la norme de la vitesse du système en n'importe quel point. On peut aussi déterminer son altitude maximale.
Cette constatation nécessite de disposer d'un point (origine, par exemple) où le mouvement est parfaitement connu. On peut alors calculer l'énergie mécanique du système et en déduire les informations citées précédemment.
Ce travail ne dépend pas du choix de l'origine de l'énergie potentielle, même si, selon le choix, l'énergie mécanique du système sera différente.
Comme l'utilisation de la conservation de l'énergie suppose de raisonner sur deux points, le décalage de l'énergie potentielle dû à un changement d'origine n'aura aucune incidence sur les résultats tirés de cette conservation.

③ Le condensateur plan

Enregistrement réalisé avec une alimentation de 3,0 V.
On mesure une longueur entre les deux plaques $L = 14$ cm.
En faisant varier x en maintenant $y = 0$, on obtient le tableau de mesures suivant.

x (en m)	U_{OM} (en V)
0	0
0,01	0,28
0,02	0,448
0,03	0,64
0,04	0,834
0,05	1,026
0,06	1,234
0,07	1,444
0,08	1,645
0,09	1,846
0,1	2,046
0,11	2,25
0,12	2,457
0,13	2,656
0,14	3,012

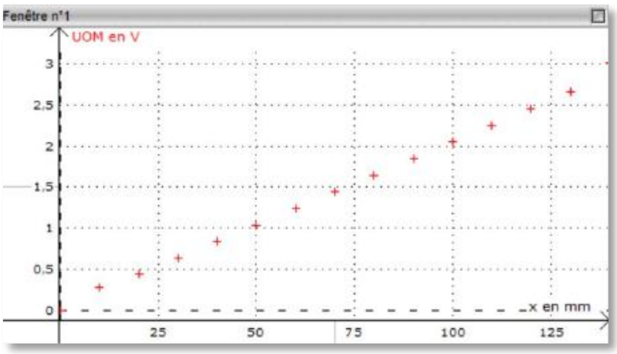
En faisant varier y en maintenant $x = 7{,}0$ cm, on obtient le tableau de mesures suivant.

y (en m)	U_{OM} (en V)
–0,04	1,445
–0,03	1,446
–0,02	1,446
–0,01	1,445
0	1,447
0,01	1,449
0,02	1,448
0,03	1,45
0,04	1,449

La tension U_{OM} ne varie pas lorsque l'on se déplace en maintenant x constant.

1. a. Les mesures montrent que la tension est constante lorsque l'on se déplace en maintenant x constant.
b. La droite représentant U_{OM} en fonction de y est une droite horizontale, son coefficient directeur est nul. Cela implique que E_y est nulle. Ainsi, le champ électrique est dirigé uniquement selon (Ox).

2. a. En utilisant le tableur-grapheur de Latis-Pro dans notre exemple :



b. La modélisation affine de notre exemple donne une pente égale à 20,54 V·m⁻¹ et a une ordonnée à l'origine de 16,7 mV. L'ordonnée à l'origine est très faible (au regard des mesures réalisées). On peut considérer que la relation entre la tension et x est une fonction linéaire.

c. Le coefficient directeur de la droite correspond à E_x. On en déduit donc que E_x = 20,54 V·m⁻¹.

Calculons le rapport $\frac{U}{L}$ dans notre exemple :

$$\frac{U}{L} = \frac{3{,}0}{14 \times 10^{-2}} = 21{,}43 \text{ V·m}^{-1}$$

Les deux valeurs sont suffisamment proches pour considérer que $E_x = \frac{U}{L}$.

3. a. Si on augmente U, E_x augmente aussi car E_x est proportionnelle à U.
Si L diminue, E_x augmente car E_x est inversement proportionnelle à L.

b. Il ne sera pas toujours simple de vérifier la prévision de l'influence de L, la plupart des cuves rhéographiques étant fabriquées pour avoir des armatures fixes. On peut cependant, avec l'encadrement de l'enseignant, introduire une plaque de cuivre (qu'on utilise en générale pour les TP pile) et la fixer d'une manière ou d'une autre ou même la tenir avec la pince crocodile qui permettra de la relier au générateur.

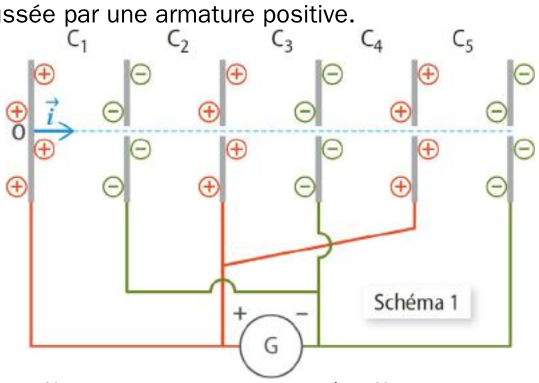
Bilan

- Le champ électrique est modifié si on change la distance entre les armatures et la tension imposée à la cuve.
- On peut faire le calcul de la valeur maximale du champ électrique avec un générateur allant jusqu'à 12V : $E_x = \frac{U}{L} = \frac{12}{14 \times 10^{-2}} = 86 \text{ V·m}^{-1}$

④ Accélérateur linéaire

1. a. La particule est chargée positivement, elle doit se déplacer vers une armature négative et être repoussée par une armature positive.

b.



c. $v_1 = \frac{q}{m}\frac{U}{L_1} t_1 + v_0$ et $x(t_1) = L_1 = \frac{1}{2}\frac{q}{m}\frac{U}{L_1} t_1^2 + v_0 t_1$

Comme $v_0 = 0$: $v_1 = \frac{q}{m}\frac{U}{L_1} t_1$ et $L_1 = \frac{1}{2}\frac{q}{m}\frac{U}{L_1} t_1^2$

On obtient :

$$t_1 = L_1\sqrt{\frac{2m}{qU}} = 2{,}7 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{2 \times 1{,}67 \times 10^{-27}}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 24}}$$

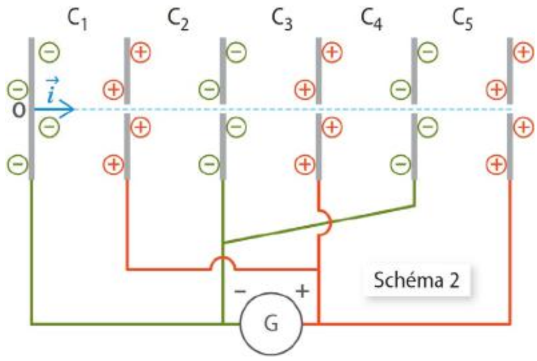
$t_1 = 8{,}0 \times 10^{-7}$ s

$$v_1 = \frac{q}{m}\frac{U}{L_1} t_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 24}{1{,}67 \times 10^{-27}}}$$

$v_1 = 6{,}8 \times 10^4$ m·s⁻¹

2. a. Si rien n'est fait, le proton rentrera dans une zone où il sera ralenti. Le champ électrique est en effet orienté dans le sens opposé à son mouvement. Comme il a une charge positive, la force qui s'applique sur lui est aussi opposée au mouvement.

b.



c. À la sortie de C_2 : $v_2 = \frac{q}{m}\frac{U}{L} t_2 + v_1$ et $E_c(2) = 2qU$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = 2qU$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{4qU}{m}} = \sqrt{\frac{4 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 24}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 9{,}6 \times 10^4 \text{ m·s}^{-1}$$

Ainsi, comme $v_2 = \frac{q}{m}\frac{U}{L} t_2 + v_1$:

$$t_2 = (v_2 - v_1)\frac{mL}{qU}$$

$$t_2 = (9{,}6 \times 10^4 - 6{,}8 \times 10^4) \times \frac{1{,}67 \times 10^{-27} \times 2{,}7 \times 10^{-2}}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 24}$$

$t_2 = 3{,}3 \times 10^{-7}$ s

t_2 est inférieur à la moitié de t_1.

3. a. Si on veut que la particule passe le même temps dans chaque condensateur, on est obligé de modifier les tailles des condensateurs C_2, C_3, C_4 et C_5 en augmentant leurs tailles.

b. Le point énergétique indique : $E_c(n) = nqU$

soit $\frac{1}{2}mv_n^2 = nqU$ soit $v_n = \sqrt{\frac{2nqU}{m}}$

Si on veut que $v_n = 0{,}1c$, on doit avoir $\sqrt{\frac{2nqU}{m}} = 0{,}1c$.

Soit $n = \frac{0{,}01c^2m}{2qU}$ $\frac{0{,}01 \times (2{,}998 \times 10^8)^2 \times 1{,}67 \times 10^{-27}}{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 24}$

$n = 2{,}0 \times 10^5$ condensateurs

c. $L_n = \frac{\frac{T}{2}\sqrt{\frac{qU}{2m}}}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}$

Application numérique :

$\frac{T}{2}\sqrt{\frac{qU}{2m}} = 8{,}0 \times 10^{-7} \times \sqrt{\frac{1{,}60 \times 10^{-19} \times 24}{2 \times 1{,}67 \times 10^{-27}}}$

$= 2{,}7 \times 10^{-2}$ m $= L_1$

n	2	3	4	5
$\frac{1}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}$	2,4	3,1	3,7	4,2
L_n (en cm)	6,5	8,5	10	11

Bilan

- Le fait de disposer d'une succession de condensateurs permet d'augmenter fortement l'énergie cinétique ($E_c(n) = nqU$) en manipulant des tensions « faibles ». On obtient alors le même résultat énergétique qu'un seul condensateur avec une tension nU.
- Si un proton suit le premier proton avec deux condensateurs plans d'écart, il se trouve lui-aussi dans une situation où il est sans arrêt accéléré par le dispositif. L'accélérateur linéaire permet d'accélérer des flux de particules « en continu ».
- Si on veut fortement augmenter l'énergie de la particule, même en augmentant fortement la tension U, on sera obligé de faire des successions de condensateurs plans qui seront de plus en plus grands. Les condensateurs seront donc nécessairement très grands en « bout » d'accélérateur. L'accélérateur linéaire ne pourra donc pas être compact.

Exercices

*Exercices **1** à **17** corrigés à la fin du manuel de l'élève.*

*Exercices **18** à **20** corrigés dans le manuel de l'élève.*

21 a. Lorsque $x = L$, cela correspond à l'instant (que nous noterons t_1) : $L = v_0\cos(\alpha)t_1$ soit $t_1 = \frac{L}{v_0\cos(\alpha)}$.

L'ordonnée correspondante est donc :

$y(t_1) = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0\sin(\alpha)t_1$

Soit, en remplaçant t_1 par son expression, on obtient :

$y(t_1) = -\frac{1}{2}g\frac{L^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + L\tan(\alpha)$

Si à cet instant $y(t_1) < -H$, cela impliquera que le système est arrivé en $y = -H$ avant d'atteindre l'abscisse $x = L$ et le crash aura donc eu lieu au fond du canyon. Faisons l'application numérique :

$v_0 = 150$ km·h^{-1} $= 41{,}7$ m·s^{-1}

$y(t_1) = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \frac{(1{,}25 \times 10^3)^2}{41{,}7^2 \times \cos^2(30{,}0°)} + 1{,}25 \times 10^3 \times \tan(30{,}0°)$

$y(t_1) = -5{,}15 \times 10^3$ m

Or $H = 1{,}70 \times 10^3$ m. Le crash a donc bien lieu au fond du cayon.

b. Le crash ayant lieu au fond du canyon, cela implique qu'il a lieu à l'instant (noté t_1) où $y(t_1) = -H$.

$-H = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0\sin(\alpha)t_2$ soit $0 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0\sin(\alpha)\, t_2 + H$

On doit résoudre un trinôme dont le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac$: $\Delta = (v_0\sin(\alpha))^2 + 2gH$

Ce discriminant est positif, il existe deux solutions. Nous ne nous intéressons qu'à la solution positive (la seconde solution n'ayant pas de sens physique) :

$t_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ soit $t_2 = \frac{v_0\sin(\alpha) + \sqrt{(v_0\sin(\alpha))^2 + 2gH}}{g}$

Application numérique :

$T_2 = \frac{41{,}7 \times \sin(30{,}0°) + \sqrt{(41{,}7 \times \sin(30{,}0°))^2 + 2 \times 9{,}81 \times 1{,}70 \times 10^3}}{9{,}81}$

$T_2 = 20{,}9$ s

À cet instant, l'abscisse est :

$x_C = v_0\cos(\alpha)t_2 = 41{,}7 \times \cos(30{,}0°) \times 20{,}9 = 755$ m

On remarque que x_C est inférieur à L, ce qui confirme le fait que le crash se fait au fond du canyon.

Les coordonnées du crash sont donc :

$x_C = 755$ m et $y_C = 1{,}70 \times 10^3$ m

*Exercice **22** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

23 1. La norme du champ $\vec{E}$ est :

$E = \frac{|U|}{L} = \frac{300}{1{,}5 \times 10^{-2}} = 2{,}0 \times 10^4$ V·m^{-1}

2. a. La norme de la force électrique est :

$F = |q|E = 3{,}20 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^4 = 6{,}4 \times 10^{-15}$ N

$\vec{F} = q\vec{E}$. Comme $q < 0$, alors $\vec{F}$ a le sens opposé et la même direction que $\vec{E}$.

3. a. $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

q est négative, mais $\vec{i}$ est dans le sens de $\vec{F}$.

$\vec{a} = \frac{q}{m}\frac{U}{L}\vec{i}$ En norme : $a = \frac{q}{m}\frac{U}{L}$

$a = \frac{3{,}20 \times 10^{-19} \times 300}{1{,}60 \times 10^{-25} \times 1{,}5 \times 10^{-2}} = 4{,}0 \times 10^{10}$ m·s^{-2}

b. $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$ et $x(t) = \frac{1}{2}\frac{qU}{mL}t^2$

c. Notons $t = t_1$ l'instant où le proton se trouve à $x(t_1) = L$.

Soit $v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}20 \times 10^{-19} \times 300}{1{,}60 \times 10^{-25}}}$

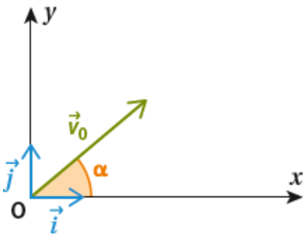
$v_x(t_1) = 3{,}5 \times 10^4$ m·s^{-1}

24 a. Dans le triangle rectangle :

$\cos(\alpha) = \dfrac{v_{0x}}{v_0}$ et $\sin(\alpha) = \dfrac{v_{0y}}{v_0}$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



b. À l'instant initial (point O) : $E_{pp}(O) = mgy_0 = 0$ puisqu'à l'instant initial, le système se trouve au niveau de l'origine.

$E_c(O) = \dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2} \times 4{,}50 \times 4{,}80^2 = 51{,}8$ J

Ainsi : $E_m(O) = E_{pp}(O) + E_c(O) = 51{,}8$ J

c. L'énergie mécanique du système est conservée pendant tout le vol du système car le système n'est soumis qu'au poids qui est une force conservative.

d. En un point quelconque de la trajectoire, cette conservation s'écrit : $E_m(O) = E_m(M)$

soit $\dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}mv^2 + E_{pp} = mgy$

En simplifiant les m de chaque côté de l'égalité, on obtient la vitesse à l'altitude y : $v = \sqrt{v_0^2 - 2gy}$

Pour $y = 0{,}15$ m, on obtient :

$v = \sqrt{4{,}8^2 - 2 \times 9{,}81 \times 0{,}15} = 4{,}5\ \text{m·s}^{-1}$

25 Le référentiel d'étude est considéré comme galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, soit $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$, le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection

sur les axes : $\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$

Exercice ***26*** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

27 a. La position à tout instant :

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$$

On peut isoler la variable t et trouver l'équation du mouvement : $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$

Ainsi, en remplaçant t dans l'expression de y, on obtient : $y = -\dfrac{1}{2}\, g\, \dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x\tan(\alpha)$

b. La portée du tir correspond à $y = 0$.

Soit $0 = -\dfrac{1}{2}\, g\, \dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x\tan(\alpha)$

En factorisant par x : $0 = x\left(-\dfrac{1}{2}g\dfrac{x}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\right)$

Il existe deux solutions à cette égalité :

- la solution $x = 0$ qui correspond à l'origine (la position initiale du système) ;
- la solution de $-\dfrac{1}{2}\, g\, \dfrac{x_p}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) = 0$ qui correspond à la portée du tir.

Ainsi, $x_p = \dfrac{2v_0^2\cos^2(\alpha)\tan(\alpha)}{g}$

Comme $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, en simplifiant par $\cos(\alpha)$:

$x_p = \dfrac{2v_0^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g}$

Application numérique :

$x_p = \dfrac{2 \times 4{,}8^2 \times \cos(40°)\sin(40°)}{9{,}81} = 2{,}3$ m

28 a. Les coordonnées de la position initiale ($t = 0$) sont : $\begin{cases} x_0 = 0\ \text{m} \\ y_0 = 2{,}5\ \text{m} \end{cases}$

b. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où y est maximum) est $t_s = 1{,}4$ s. À cet instant, la hauteur atteinte (l'ordonnée y) est $h = y_s = 11{,}75$ m.

c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où y devient nulle) est $t_f = 2{,}95$ s. À cet instant, la distance parcourue (l'abscisse x) est $L = x_f = 17{,}25$ m

29 a. Les coordonnées de la vitesse initiale ($t = 0$) sont : $\begin{cases} v_{0x} = 6{,}5\ \text{m·s}^{-1} \\ v_{0y} = 10{,}0\ \text{m·s}^{-1} \end{cases}$

b. La norme v_0 est :

$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$

$v_0 = \sqrt{6{,}5^2 + 10{,}0^2}$

$v_0 = 11{,}9\ \text{m·s}^{-1}$

Comme $\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$, on en déduit que $\cos(\alpha) = \dfrac{v_{0x}}{v_0}$.

$\alpha = \arccos\left(\dfrac{v_{0x}}{v_0}\right) = \arccos\left(\dfrac{6{,}5}{11{,}9}\right) = 57°$

c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où v_y devient nulle) est $t_s = 1{,}0$ s. À cet instant, la norme de la vitesse correspond à v_x qui est lui-même constant tout au long du mouvement :

$v(t_s) = v_{0x} = 6{,}5\ \text{m·s}^{-1}$

30 a. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$. Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, cela donne $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

b. $\begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = v_0 \end{cases}$

$\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :
$$\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = -gt + v_0 \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 0 \\ \dfrac{dy}{dt} = -gt + v_0 \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases}$

c. Le système atteint le sommet lorsque v_y devient nulle : $v_y(t_s) = -gt_s + v_0 = 0$ soit $t_s = \dfrac{v_0}{g}$.

L'altitude du sommet est donc : $y(t_s) = -\dfrac{1}{2}g{t_s}^2 + v_0 t_s$

soit, en remplaçant : $y(t_s) = \dfrac{1}{2}\dfrac{{v_0}^2}{g}$

Application numérique avec $v_0 = 97\ \text{km·h}^{-1} = 27\ \text{m·s}^{-1}$:

$y(t_s) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{27^2}{9{,}81} = 37$ m

Un oiseau qui passe à une altitude de 100 m n'a donc rien à craindre.

d. Le carreau retombe au sol lorsque son ordonnée devient nulle ($y = 0$) : $y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t = 0$

En factorisant par t : $t\left(-\dfrac{1}{2}gt + v_0\right) = 0$

Deux solutions :

- $t = 0$: c'est l'origine ;
- $-\dfrac{1}{2}gt_f + v_0 = 0$: c'est l'instant où le carreau retombe au sol.

Ainsi, $t_f = \dfrac{2v_0}{g} = \dfrac{2 \times 27}{9{,}81} = 5{,}5$ s.

Exercice ***31*** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

32 Sur la Lune, la mise en équations est la même, mais g est remplacée par g_L :

$t_{chute} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ et $v_{sol} = \sqrt{2hg}$

Ainsi :

	Sur la Terre	**Sur la Lune**
***h* = 1,90 m**	$t_{chute} = 0{,}622$ s $v_{sol} = 6{,}11\ \text{m·s}^{-1}$	$t_{chute} = 1{,}53$ s $v_{sol} = 2{,}48\ \text{m·s}^{-1}$
***h* = 16,0 m**	$t_{chute} = 1{,}81$ s $v_{sol} = 17{,}7\ \text{m·s}^{-1}$	$t_{chute} = 4{,}44$ s $v_{sol} = 7{,}20\ \text{m·s}^{-1}$

33 a La deuxième loi de Newton dit : $m\vec{a} = \vec{P}$

Ainsi, l'unité de la force (le newton N) est égale à l'unité de la masse multipliée par l'unité de l'accélération : $1\ \text{N} = 1\ \text{kg·m·s}^{-2}$

b. $P = mg$ indique que g s'exprime en N·kg^{-1}.

$m\vec{a} = \vec{P}$ implique $\vec{a} = \vec{g}$: g s'exprime aussi en m·s^{-2}.

c. L'instant d'arrivée au sommet de la trajectoire s'écrit $t_S = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$. Le terme de gauche t_s s'exprime en secondes (s). Le terme de droite $\dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$ s'exprime en $\dfrac{\text{m·s}^{-1} \times 1}{\text{m·s}^{-2}} = \text{s}$. Les deux termes ont la même unité, l'égalité est homogène.

d. La trajectoire du projectile a pour équation :

$y(x) = -\dfrac{1}{2}g\dfrac{x^2}{{v_0}^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)x$

y s'exprime en m. Le terme $-\dfrac{1}{2}g\dfrac{x^2}{{v_0}^2\cos^2(\alpha)}$ s'exprime en $\text{m·s}^{-2} \times \dfrac{\text{m}^2}{(\text{m·s}^{-1})^2 \times 1} = \dfrac{\text{m}^3\text{·s}^{-2}}{\text{m}^2\text{·s}^{-2}} = \text{m}$. Le deuxième terme $\tan(\alpha)x$ s'exprime en $1 \times \text{m} = \text{m}$.

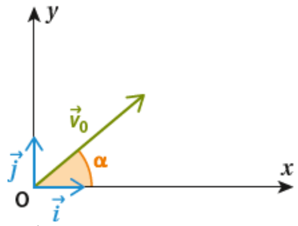
Tous les termes de l'égalité s'expriment dans la même unité. L'équation est homogène.

Exercices ***34*** *et* ***35*** *corrigés à la fin du manuel de l'élève.*

36 a. Dans le triangle rectangle :

$\cos(\alpha) = \dfrac{v_{0x}}{v_0}$ et $\sin(\alpha) = \dfrac{v_{0y}}{v_0}$

On en déduit : $\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$



b. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :
$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine).

On en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$

c. Lorsque $y = 0$, cela correspond au moment où le système décolle (à $t = 0$), puis au moment de la réception du saut (à $t = t_1$). Ainsi, $0 = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t$.

En factorisant par t : $0 = t\left(-\dfrac{1}{2}gt + v_0\sin(\alpha)\right)$

Cette équation est vraie :

- si $t = 0$;
- si $-\dfrac{1}{2}gt_1 + v_0\sin(\alpha) = 0$ soit $t_1 = \dfrac{2v_0\sin(\alpha)}{g}$.

d. La portée du saut correspond à l'abscisse de ce point, soit $x(t_1)$: $x(t_1) = v_0\cos(\alpha)t_1$

En replaçant et en simplifiant : $x(t_1) = \dfrac{2{v_0}^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g}$

e. À partir de la précédente relation, on obtient :

$v_0 = \sqrt{\dfrac{x(t_1)g}{2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}}$

Application numérique :

$v_0 = \sqrt{\dfrac{15 \times 9{,}81}{2 \times \cos(45°) \times \sin(45°)}} = 12\ \text{m·s}^{-1} = 43\ \text{km·h}^{-1}$

37 Faisons l'hypothèse d'une chute sans vitesse initiale. Déterminons l'altitude maximale h_{max} correspondant à l'absorption maximale du choc, c'est-à-dire correspondant à une énergie cinétique égale à 0,50 J. La conservation de l'énergie mécanique implique : $E_m(I) = E_m(F)$

$E_c(I) + E_{pp}(I) = E_c(F) + E_{pp}(F)$

Comme la vitesse initiale est nulle, $E_c(I) = 0$. En prenant comme origine des altitudes le sol, $E_{pp}(F) = 0$.

On obtient : $E_{pp}(I) = E_c(F)$ soit $mgh_{max} = E_c(F)$

soit $h_{max} = \dfrac{E_c(F)}{mg} = \dfrac{0{,}50}{0{,}188 \times 9{,}81} = 0{,}27$ m = 27 cm.

38 a. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Comme la vitesse est nulle à l'instant initial, le vecteur vitesse $\vec{v}$ aura la même direction que le vecteur accélération $\vec{a}$, à tout moment de la chute.

Le mouvement sera donc rectiligne uniquement selon (Oy) (mouvement unidirectionnel). Ainsi, $\dfrac{dv_y}{dt} = -g$.

En cherchant la primitive et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{0}$), on en déduit : $v_y(t) = -gt$

Sachant que $\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc $\dfrac{dy}{dt} = -gt$.

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2$

b. L'instant t_1 correspondant à la fin de sa chute :

$y(t_1) = -7\,620 + 76 = -7\,544$ m

$y(t_1) = -\dfrac{1}{2}gt_1^2$

$t_1 = \sqrt{-\dfrac{2y(t_1)}{g}} = \sqrt{-\dfrac{2 \times (-7\,544)}{9{,}81}} = 39{,}2$ s

La norme de la vitesse du système à ce moment-là est : $v(t_1) = |-gt_1| = |-9{,}81 \times 39{,}2| = 385$ m·s^{-1}

c. Le système ne subit que son poids, son énergie mécanique est conservée : $E_{mi} = E_{mf}$

$E_{ppi} + E_{ci} = E_{ppf} + E_{cf}$

L'origine du repère est prise au point de départ ($y = 0$). Ainsi, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au point de départ ($E_{ppi} = 0$).

À l'instant initial, la vitesse du système est nulle, son énergie cinétique sera donc nulle aussi ($E_{ci} = 0$).

On obtient donc : $0 = E_{ppf} + E_{cf}$

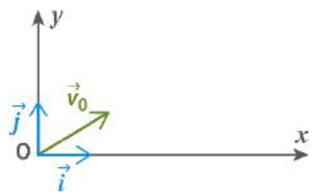
soit $-E_{ppf} = E_{cf}$ d'où $\dfrac{1}{2}mv^2 = -mgy_f = -mgy(t_1)$

Soit $v = \sqrt{-2gy(t_1)} = \sqrt{-2 \times 9{,}81 \times (-7\,544)} = 385$ m·s^{-1}

On retrouve le résultat précédent.

d. $t_1 = 39{,}2$ s est très inférieur à $\Delta t = 120$ s. De plus, la vitesse calculée ($v = 385$ m·s^{-1}) est très supérieure à la vitesse mesurée (53,6 m·s^{-1}). L'hypothèse erronée utilisée est le fait que le système ne subisse que son poids. À partir d'une certaine vitesse, les forces de frottement de l'air ne sont en effet plus négligeables.

39 a. Dans le triangle rectangle :



$\cos(\alpha) = \dfrac{v_{0x}}{v_0}$ et $\sin(\alpha) = \dfrac{v_{0y}}{v_0}$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

b. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection sur les axes :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit :

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$$

c. Les coordonnées du système au moment de l'atterrissage sont :

$$\begin{cases} x_f = 85{,}0 \text{ m} \\ y_f = 2{,}00 \text{ m} \end{cases}$$

d. On peut isoler la variable t et trouver l'équation du mouvement : $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$

Ainsi, en remplaçant dans l'expression de y :

$y = -\dfrac{1}{2}g\dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x\tan(\alpha)$

La norme de la vitesse initiale v_0 :

$y_f = -\dfrac{1}{2}g\dfrac{x_f^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x_f\tan(\alpha)$

soit $v_0 = \sqrt{\dfrac{1}{2}g\dfrac{x_f^2}{(x_f\tan(\alpha) - y_f)\cos^2(\alpha)}}$

Application numérique :

$v_0 = \sqrt{\dfrac{1}{2} \times 9{,}81 \times \dfrac{85{,}0^2}{(85{,}0 \times \tan(35{,}0°) - 2{,}00)\cos^2(35{,}0°)}}$

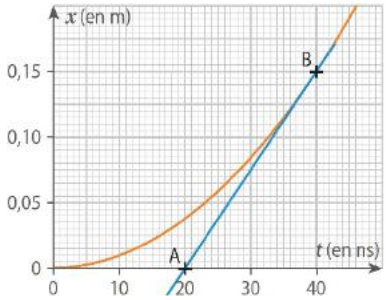
$v_0 = 30{,}3$ m·s^{-1} = 109 km·h^{-1}

40 a. Cette affirmation est fausse. Si la particule subit une force, elle sera accélérée (elle subira une accélération non nulle). Ici, elle se trouve dans un champ électrique et elle porte une charge électrique. Elle subit donc une force ($\vec{F} = q\vec{E}$).

b. Cette affirmation est fausse. L'accélération aura même sens et même direction que la force électrique $\vec{F}$. Or $\vec{F} = q\vec{E}$. Ainsi, l'accélération aura le même sens et la même direction que $\vec{E}$ seulement si la charge portée par la particule est positive.

c. Si cette particule est freinée, cela implique que l'accélération subie et donc la force subie est opposée à la vitesse initiale. Mais encore une fois, $\vec{F} = q\vec{E}$. La particule est freinée si $\vec{E}$ est de sens opposé à sa vitesse initiale, uniquement si la charge portée par la particule est positive.
d. Cette affirmation est fausse. Si on utilise la deuxième loi de Newton, on obtient : $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$
L'accélération est inversement proportionnelle à la masse.

41 a. La vitesse de l'ion est la dérivée par rapport à t de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel). Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré.
Si on s'intéresse à l'instant initial, on remarque sur la courbe que la tangente à la courbe est l'axe du temps. Cette droite a une pente nulle.
La vitesse à l'instant initial est donc $v_0 = 0$.
b. Deux possibilités s'offrent à nous pour déterminer sa vitesse en sortie du condensateur ($x = 15$ cm) :



1. Déterminer la pente à cet instant-là. Cette pente passe par deux points mesurables aisément :

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{0{,}15 - 0}{40 \times 10^{-9} - 20 \times 10^{-9}} = 7{,}5 \times 10^6 \text{ m·s}^{-1}$$

2. Utiliser la solution littérale : $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$ et $x(t) = \frac{1}{2}\frac{qU}{mL}t^2$

Comme à $t = 40 \times 10^{-9}$ s, $x = 0{,}15$ m : $\frac{qU}{mL} = \frac{2x(t)}{t^2}$

Application numérique :

$$\frac{qU}{mL} = \frac{2 \times 0{,}15}{\left(40 \times 10^{-9}\right)^2} = 1{,}9 \times 10^{14} \text{ m·s}^{-2}$$

La vitesse à l'instant $t = 40 \times 10^{-9}$ s vaut :

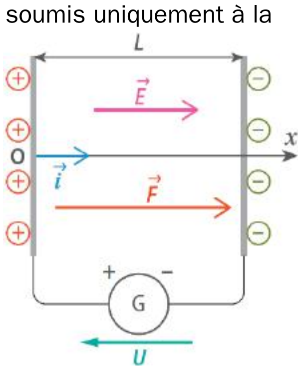
$$v_x(t) = \frac{qU}{mL}t = 1{,}9 \times 10^{14} \times 40 \times 10^{-9} = 7{,}5 \times 10^6 \text{ m·s}^{-1}$$

c. On en déduit la tension aux bornes du condensateur : $\frac{qU}{mL} = \frac{2x(t)}{t^2}$

$$U = \frac{2x(t)}{t^2} \times \frac{mL}{q} = \frac{2 \times 0{,}15}{\left(40 \times 10^{-9}\right)^2} \times \frac{4{,}49 \times 10^{-26} \times 0{,}15}{3 \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

$U = 2{,}6 \times 10^6$ V $= 2{,}6$ MV

42 a. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.
$\vec{i}$ est orienté de la même manière que $q\vec{E}$ et q est positive : $\vec{a} = \frac{qU}{mL}\vec{i}$
b. Voir schéma ci-contre.



c. En norme : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ Ainsi, $\vec{a} = \frac{qU}{mL}\vec{i}$. Il vient, en projection sur $\vec{i}$:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qU}{mL}$$

La primitive est $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t + C_1$ avec C_1 constante.
Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$
Ainsi, $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$. Ceci s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{qU}{mL}t$.
La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{qU}{mL}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.
Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{qU}{mL}t^2$.
d. $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$
Et la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{L}$.
On a donc $v_x(t) = \frac{qE}{m}t$ soit $E = \frac{mv_x(t)}{qt}$.
Application numérique :

$$E = \frac{3{,}44 \times 10^{-25} \times 3{,}0 \times 10^6}{3{,}20 \times 10^{-19} \times 1{,}0} = 3{,}2 \text{ V·m}^{-1}$$

e. La distance parcourue à cet instant :

$$x(t) = \frac{1}{2}\frac{qU}{mL}t^2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2$$

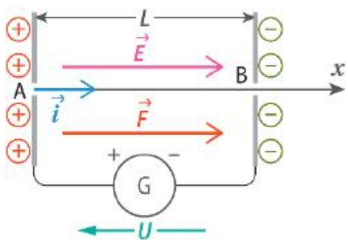
Application numérique :

$$x(t) = \frac{3{,}20 \times 10^{-19} \times 3{,}2}{2 \times 3{,}44 \times 10^{-25}} \times 1{,}0 = 1{,}5 \times 10^6 \text{ m}$$

43 a. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.
b. La norme du champ $\vec{E}$ est :

$$E = \frac{|U|}{L} = \frac{4{,}0 \times 10^6}{7{,}62} = 5{,}2 \times 10^5 \text{ V·m}^{-1}$$

La force électrique a pour norme $F = qE$.
$F = 1{,}60 \times 10^{-19} \times 5{,}2 \times 10^5 = 8{,}3 \times 10^{-14}$ N
c. En choisissant comme échelle pour le champ électrique 1 cm correspond à $2{,}5 \times 10^5$ V·m^{-1}, on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur champ électrique.



En choisissant comme échelle pour la force 1 cm correspond à 4×10^{-14} N, on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur force.
d. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.
Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.
q est positive : $\vec{a} = \frac{qU}{mL}\vec{i}$
En norme, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et $q = e$. Ainsi $\vec{a} = \frac{eU}{mL}\vec{i}$.
Il vient, en projection sur $\vec{i}$: $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eU}{mL}$
La primitive est $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t$. Cela s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{eU}{mL}t$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :
$x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t^2$.

e. Notons $t = t_1$, l'instant où le proton se trouve à $x(t_1) = L$ (en B).

Ainsi, $x(t_1) = L = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t_1^2$. On en déduit $t_1^2 = \frac{2mL^2}{eU}$.

À cet instant, la vitesse du proton est :

$$v_x(t_1) = \frac{eU}{mL}\,t_1 = \frac{eU}{mL} \times L\sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

soit $v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 4{,}0 \times 10^{6}}{1{,}67 \times 10^{-27}}}$

$v_x(t_1) = 2{,}8 \times 10^7\ \text{m·s}^{-1}$

Cette vitesse finale ne dépend pas de la distance entre les armatures.

f. À l'instant initial, la vitesse du proton est nulle.

Son énergie cinétique $E_c(\text{I}) = \frac{1}{2}mv_0^2$ est nulle.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :
$E_c(\text{F}) - E_c(\text{I}) = qU_{\text{IF}}$

Or $q = e$, $U_{\text{IF}} = U$ et $E_c(\text{I}) = 0$.

On en déduit : $E_c(\text{F}) = eU$

$\frac{1}{2}mv_F^2 = eU$ soit $v_F = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

On retrouve l'expression obtenue précédemment.

44 a. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$.

Ainsi $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

q est négative : $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$

b. Pour que l'antiproton soit décéléré, il faut que l'accélération soit dirigée selon le sens inverse du mouvement. Comme $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$, $\vec{E}$ est dirigé dans le sens inverse de $\vec{a}$.

Cela implique que le champ électrique doit être dirigé dans le sens du mouvement.

c. En choisissant l'orientation de $\vec{i}$ comme correspondant à l'orientation du mouvement, $\vec{E} = E\vec{i}$.

Ainsi, $\vec{a} = \frac{-e}{m}E\vec{i}$. Il vient, en projection sur $\vec{i}$, $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{eE}{m}$.

La primitive est $v_x(t) = -\frac{eE}{m}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = v_0$

Ainsi, $v_x(t) = -\frac{eE}{m}t + v_0$. Cela s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m}t + v_0$.

La primitive est $x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 + v_0t + C_2$ avec C_2 constante. Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe : $x(0) = C_2 = 0$

On en déduit que $x(t) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 + v_0t$.

d. L'antiproton est à l'arrêt après avoir parcouru une distance $D = 15$ m. À ce moment-là, $v_x(t_f) = 0$,

soit $-\frac{eE}{m}t_f + v_0 = 0$ soit $t_f = \frac{mv_0}{eE}$.

Et à ce moment-là, $x(t_f) = 15$ m.

$x(t_f) = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t_f^2 + v_0t_f$

Soit, en remplaçant l'expression de t_f : $x(t_f) = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{eE}$

On arrive à isoler E : $E = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{e\,x(t_f)}$

Application numérique :

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{1{,}67 \times 10^{-27} \times \left(2{,}5 \times 10^{6}\right)^2}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 15} = 2{,}2 \times 10^3\ \text{V·m}^{-1}$$

45 a. La norme de E est $E = \frac{U}{L}$.

La tension à appliquer correspond à $U = EL$.

Application numérique :

$U = 1\,000 \times 10^3 \times 2{,}0 \times 10^{-2} = 2{,}0 \times 10^4$ V

b. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

q est négative : $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$ en choisissant l'orientation de $\vec{i}$ comme correspondant à l'orientation de $q\vec{E}$.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et $q = -e$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{eU}{mL}\vec{i}$ (ce qui implique que $\vec{E} = -E\vec{i}$). Il vient, en projection sur $\vec{i}$: $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m}$

La primitive est $v_x(t) = \frac{eE}{m}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{eE}{m}t$. Ceci s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{eE}{m}t$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :
$x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$.

c. L'électron atteint l'armature positive, lorsque $x(t_f) = L$:

$\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t_f^2 = L$ soit $t_f = \sqrt{\frac{2mL}{eE}}$

Application numérique :

$$t_f = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}11 \times 10^{-31} \times 2{,}0 \times 10^{-2}}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 1\,000 \times 10^{3}}} = 4{,}8 \times 10^{-10}\ \text{s}$$

Cette durée n'est par perceptible par l'œil humain. Il observera donc l'arc électrique mais ne pourra en aucun cas observer sa formation.

46 a. À la sortie du moteur, l'énergie cinétique d'un ion xénon est $E_c(\text{F}) = \frac{1}{2}mv_0^2$.

Avec $v_0 = 50\ \text{km·s}^{-1} = 5{,}0 \times 10^4\ \text{m·s}^{-1}$:

$E_c(\text{F}) = \frac{1}{2} \times 2{,}18 \times 10^{-25} \times (5{,}0 \times 10^4)^2 = 2{,}7 \times 10^{-16}$ J

b. Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$W_{\text{IF}}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{\text{IF}} = FL$

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que q est positif, $W_{\text{IF}}(\vec{F}) = qEL$.

Comme la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{L}$:

$W_{\text{IF}}(\vec{F}) = q\frac{U}{L}L = qU$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :
$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = qU$
Or à l'instant initial la vitesse des ions est nulle, l'énergie cinétique aussi : $E_c(F) = qU$

On en déduit : $U = \frac{E_c(F)}{q} = \frac{2{,}7 \times 10^{-16}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 1{,}7 \times 10^3$ V

c. $I = \frac{Q}{\Delta t}$ soit $Q = I\Delta t$
Comme la charge apportée est la charge des N ions xénon émis : $Nq = I\Delta t$

Soit $N = \frac{I\Delta t}{q} = \frac{3{,}52 \times 1}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 2{,}20 \times 10^{19}$

d. L'énergie cinétique de l'ensemble des ions xénon émis, en une seconde est : $E_c = NE_c(F)$
$E_c = 2{,}20 \times 10^{19} \times 2{,}7 \times 10^{-16} = 5{,}9 \times 10^3$ J

La puissance du moteur sera donc : $P = \frac{E_c}{\Delta t} = \frac{NE_c(F)}{\Delta t}$

Application numérique :

$$P = \frac{2{,}2 \times 10^{19} \times 2{,}7 \times 10^{-16}}{1} = 5{,}9 \times 10^3 \text{ W} = 5{,}9 \text{ kW}$$

47 a. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis à son poids et à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$.
Comme $\vec{P} = m\vec{g}$ et $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = m\vec{g} + q\vec{E}$.
Comme $\vec{g} = -g\vec{j}$ et $\vec{E} = -E\vec{i}$, et comme $q = -e$:

$$\vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E} = -g\vec{j} - \frac{e}{m}(-E\vec{i}) \quad \text{soit } \vec{a} = -g\vec{j} + \frac{e}{m}E\vec{i}$$

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a en projection sur les axes :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{e}{m}E \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{0}$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = \frac{e}{m}Et \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{e}{m}Et \\ \frac{dy}{dt} = -gt \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

b. L'électron arrive à l'armature positive lorsque $x(t_f) = L$.
À ce moment-là, $y(t_f) = d$: $x(t_f) = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et_f^2 = L$

Comme $E = \frac{U}{L}$: $\frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{U}{L}t_f^2 = L$ soit $t_f = L\sqrt{\frac{2m}{eU}}$

Application numérique :

$$t_f = 5{,}00 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{2 \times 9{,}11 \times 10^{-31}}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 5\,000}} = 2{,}39 \times 10^{-9} \text{ s}$$

À cet instant : $y(t_f) = -\frac{1}{2}gt^2 = d$

$$d = -\frac{1}{2}g\frac{2mL^2}{eU} \qquad \text{soit } d = -g\frac{mL^2}{eU}$$

Application numérique :

$$d = -9{,}81 \times \frac{9{,}11 \times 10^{-31} \times \left(5{,}00 \times 10^{-2}\right)^2}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 5\,000}$$

$d = -2{,}79 \times 10^{-17}$ m
c. À cet instant-là, on peut écrire les coordonnées du vecteur vitesse de la manière suivante :

$$\vec{v}(t_f)\begin{pmatrix} v_x(t_f) = v(t_f)\cos(\alpha) \\ v_y(t_f) = -v(t_f)\sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad \text{comme } \begin{cases} v_x(t_f) = \frac{e}{m}Et_f \\ v_y(t_f) = -gt_f \end{cases}.$$

Application numérique :

$$\begin{cases} v_x(t_f) = \frac{1{,}60 \times 10^{-19}}{9{,}11 \times 10^{-31}} \times \frac{5\,000}{5{,}00 \times 10^{-2}} \times 2{,}39 \times 10^{-9} = 4{,}20 \times 10^7 \text{ m·s}^{-1} \\ v_y(t_f) = -9{,}81 \times 2{,}39 \times 10^{-9} = 2{,}34 \times 10^{-8} \text{ m·s}^{-1} \end{cases}$$

Calculons tout d'abord la norme de la vitesse :

$$v(t_f) = \sqrt{\left(v_x(t_f)\right)^2 + \left(v_y(t_f)\right)^2}$$

Application numérique :

$$v(t_f) = \sqrt{\left(4{,}20 \times 10^7\right)^2 + \left(2{,}34 \times 10^{-8}\right)^2}$$

$v(t_f) = 4{,}20 \times 10^7$ m·s^{-1}

Comme $\cos(\alpha) = \frac{v_x(t_f)}{v(t_f)}$, l'application numérique donne $\alpha = 0{,}00°$ avec la précision des calculs.
d. L'angle est, en tenant compte de la précision des données, inexistant. Le décalage $d = -2{,}8 \times 10^{-17}$ m est 10^2 fois plus petit que le noyau d'un atome.
La prise en compte du poids dans cet exemple est totalement inutile.

e. La déviation $d = -g\frac{mL^2}{eU}$ est proportionnelle à la masse. Dans le cas du proton, cette déviation sera donc de l'ordre de :
$d' = -2\,000 \times 2{,}79 \times 10^{-17} = 6 \times 10^{-14}$ m
Cette déviation est encore 1 000 fois plus petite que la taille d'un atome.
La prise en compte du poids dans cet exemple est, une nouvelle fois, totalement inutile.

48 Faisons l'hypothèse d'une chute sans vitesse initiale. Notons l'altitude de départ h (pour être en accord avec les notations de l'énoncé) et v la vitesse atteinte au moment du choc sur le sol.
On choisit comme origine des altitudes le sol. La conservation de l'énergie mécanique implique :
$E_m(I) = E_m(F)$
$E_c(I) + E_{pp}(I) = E_c(F) + E_{pp}(F)$
Comme la vitesse initiale est nulle, $E_c(I) = 0$ et comme l'altitude finale de la voiture est nulle, $E_{pp}(F) = 0$.
On obtient : $E_{pp}(I) = E_c(F)$

soit $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ soit $h = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g}$

Applications numériques

À 50 km·h^{-1} = 14 m·s^{-1} : $h = \frac{14^2}{2 \times 9{,}81} = 10$ m

À 70 km·h^{-1} = 19 m·s^{-1} : $h = \frac{19^2}{2 \times 9{,}81} = 18$ m

À 80 km·h^{-1} = 22 m·s^{-1} : $h = \frac{25^2}{2 \times 9{,}81} = 25$ m

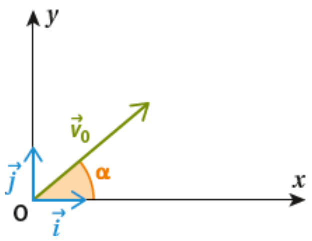
À 130 km·h^{-1} = 36 m·s^{-1} : $h = \frac{25^2}{2 \times 9{,}81} = 66$ m

En suivant les indications de l'exercice :
$\frac{10}{3} = 3{,}3$ m ; $\frac{18}{7} = 2{,}6$ m ; $\frac{32}{11} = 2{,}9$ m ; $\frac{66}{23} = 2{,}9$ m.

On peut imaginer une hauteur d'étage choisie de l'ordre de 3 m.
La comparaison entre vitesse et nombre d'étages semble convenable.
La première critique que nous pouvons faire, c'est de confondre « impact » avec une énergie d'impact.
La deuxième critique que nous pouvons faire est d'associer « impact » avec « chute du... », ce qui laisserait à penser que cet « impact » mesurerait une hauteur de chute.
Enfin, lorsque l'on écrit une égalité, les deux membres doivent avoir la même unité, ce qui n'est pas le cas ici.
Il semble que ce « VITESSE = IMPACT² » évoquerait plutôt la formule de l'énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
L'image confond l'énergie cinétique avec le terme « vitesse » et la vitesse avec le terme « impact ».

49 a. On déduit du schéma ci-contre :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.
Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g}_L = -g_L\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.
Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}_L$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g_L \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g_L t + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -g_L t + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g_L t^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$

Lorsque $y = 0$, cela correspond au moment où le système décolle (à $t = 0$) et au moment de l'alunissage $t = t_1$. Ainsi, $0 = -\frac{1}{2}g_L t^2 + v_0\sin(\alpha)t$.

En factorisant par t : $0 = t\left(-\frac{1}{2}g_L t + v_0\sin(\alpha)\right)$

Cette équation est vraie :
- si $t = 0$;
- si $-\frac{1}{2}g_L t_1 + v_0\sin(\alpha) = 0$ soit $t_1 = \frac{2v_0\sin(\alpha)}{g_L}$.

La portée correspond à l'abscisse de ce point, soit $x(t_1)$: $x(t_1) = v_0\cos(\alpha)t_1$
En remplaçant dans cette expression l'expression de t_1, on obtient : $x(t_1) = \frac{2v_0^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g_L}$

d'où $v_0 = \sqrt{\frac{x(t_1)g_L}{2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}}$

Application numérique :

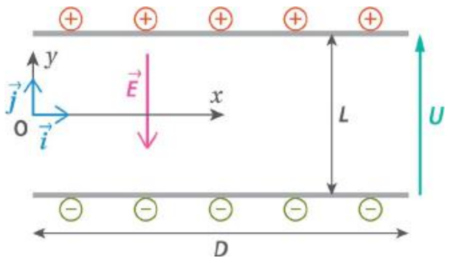
$$v_0 = \sqrt{\frac{400 \times 1{,}62}{2 \times \cos(45{,}0°) \times \sin(45{,}0°)}} = 21{,}4 \text{ m·s}^{-1}$$

b. Sur Terre, un tel tir aurait eu une portée de :

$$x(t_1) = \frac{2v_0^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g} = \frac{2 \times 21{,}4^2 \times \cos(45{,}0°) \times \sin(45{,}0°)}{9{,}81}$$

$x(t_1) = 46{,}7$ m

50 a.



b. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.
Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$.

$q = -e$ et $\vec{E} = -E\vec{j}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} = \frac{eE}{m}\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.
Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \frac{eE}{m}\vec{j}$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE}{m} \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \frac{eE}{m}t \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = \frac{eE}{m}t \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 \end{cases}$

En isolant t dans la première égalité : $t = \frac{x}{v_0}$
On obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

soit, comme $E = \frac{U}{L}$: $y(x) = \frac{eU}{2mL}\frac{x^2}{v_0^2}$

c. L'ordonnée de l'électron au moment de sa sortie du condensateur est $y_S = 14$ mm, cela correspond à $x_S = D$. On en déduit que $y_S = \frac{eU}{2mL}\frac{D^2}{v_0^2}$ soit $\frac{e}{m} = \frac{2Lv_0^2 y_S}{UD^2}$.

Application numérique :

$$\frac{e}{m} = \frac{2\times 4{,}0\times 10^{-2}\times \left(2{,}50\times 10^{7}\right)^{2}\times 14\times 10^{-3}}{400\times \left(10{,}0\times 10^{-2}\right)^{2}}$$

$\frac{e}{m} = 1{,}8 \times 10^{11}$ C·kg^{-1}

On en déduit la masse de l'électron : $m = \frac{e}{\frac{2Lv_0{}^2 y_S}{UD^2}}$

Application numérique :

$m = \frac{1{,}60\times 10^{-19}}{1{,}8\times 10^{11}} = 9{,}2 \times 10^{-31}$ kg

La valeur retenue étant $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, on constate que les deux valeurs sont très proches.

51 Au moment de la bascule, l'énergie cinétique est transférée entièrement. Ce transfert se faisant au niveau du sol (que nous prendrons comme origine des altitudes), cela implique que ce transfert se fait à un moment où les deux athlètes ont des altitudes nulles. Ainsi, c'est l'énergie mécanique dans sa totalité qui se transfert, au moment de la bascule, d'un athlète à l'autre.
L'altitude maximale s'obtient au moment où la vitesse est nulle (sommet de la trajectoire verticale). À ce moment, l'énergie du système est une énergie entièrement potentielle (de pesanteur) :
$E_{m1} = E_{pp}$ (sommet 1) $= m_1 g y_1$
De même pour l'athlète 2 :
$E_{m2} = E_{pp}$ (sommet 2) $= m_2 g y_2$
L'énergie mécanique est entièrement transférée :
$E_{m1} = E_{m2}$
$m_1 g y_1 = m_2 g y_2$ soit $m_1 y_1 = m_2 y_2$ d'où $y_2 = \frac{m_1 y_1}{m_2}$.

a. Si les deux athlètes ont la même masse : $y_2 = y_1$
Les deux athlètes vont à la même altitude maximale.
b. Si $m_2 = 2m_1$, alors $y_2 = \frac{y_1}{2}$. L'athlète 2 aura une altitude maximale deux fois plus faible.
c. Si $m_2 = \frac{m_1}{2}$, alors $y_2 = 2y_1$. L'athlète 2 aura une altitude maximale deux fois plus grande.

52 a. Sur le schéma, l'ion est accéléré en étant repoussé par des charges positives (et attiré par des négatives), il porte donc une charge positive.
b. À l'instant initial, la vitesse de l'ion est nulle, son énergie cinétique aussi : $E_c(I) = 0$
À la sortie du condensateur accélérateur, l'énergie cinétique de l'ion est : $E_c(F) = \frac{1}{2}mv_0{}^2$
Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :
$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{IF} = FL$
Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que q est positif, $W_{IF}(\vec{F}) = qE_{acc}L$.
Comme la norme du champ électrique est $E_{acc} = \frac{U_{acc}}{L}$:
$W_{IF}(\vec{F}) = q\frac{U_{acc}}{L}L = qU_{acc}$
D'après le théorème de l'énergie cinétique :
$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = qU_{acc}$
Soit $E_c(F) = qU_{acc}$ d'où $\frac{1}{2}mv_0{}^2 = qU_{acc}$

On obtient $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_{acc}}{m}}$.
c. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$. Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$.
q est positif et $\vec{E} = -E\vec{j}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} = -\frac{qE}{m}\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.
Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = -\frac{qE}{m}\vec{j}$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases}\frac{dv_x}{dt} = 0\\ \frac{dv_y}{dt} = -\frac{qE}{m}\end{cases}$
En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :
$$\begin{cases}v_x(t) = v_0\\ v_y(t) = -\frac{qE}{m}t\end{cases}$$
Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases}\frac{dx}{dt} = v_0\\ \frac{dy}{dt} = -\frac{qE}{m}t\end{cases}$
En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases}x(t) = v_0 t\\ y(t) = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2\end{cases}$
d. En isolant t dans la première égalité : $t = \frac{x}{v_0}$
On obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :
$y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$
Soit, comme $E = \frac{U_{dév}}{L'}$: $y(x) = -\frac{qU_{dév}}{2mL'}\frac{x^2}{v_0{}^2}$
On peut alors remplacer l'expression de $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_{acc}}{m}}$.
On obtient : $y(x) = -\frac{qU_{dév}}{2mL'}\frac{m}{2qU_{acc}}x^2$
En simplifiant : $y(x) = -\frac{U_{dév}}{4L'U_{acc}}x^2$
Lorsque $x = D$, en sortie du condensateur déviateur, $y(D) = -\frac{U_{dév}}{4L'U_{acc}}D^2$. D'où la déviation : $d = \frac{U_{dév}}{4L'U_{acc}}D^2$
Cette déviation dépend des dimensions du condensateur déviateur, et des deux tensions utilisées. Cette déviation ne dépend pas de la masse de l'ion (ni de sa charge).
En mesurant cette déviation, on ne peut accéder aux grandeurs caractéristiques de l'ion.

*Exercice **53** corrigé à l'adresse* hatier-clic.fr/pct368

54 1. Le proton subit la force électrique : $\vec{F} = q\vec{E}$
Comme $q = e$, on obtient : $\vec{F} = e\vec{E}$
En norme : $F = eE = \frac{eU}{d}$
Application numérique :
$F = \frac{1{,}60\times 10^{-19}\times 2\times 10^{6}}{4} = 8 \times 10^{-14}$ N
2. La norme du poids est $P = mg$.
$P = 1{,}67 \times 10^{-27} \times 9{,}81 = 1{,}64 \times 10^{-26}$ N

$\frac{F}{P} = \frac{8 \times 10^{-14}}{1{,}64 \times 10^{-26}} = 5 \times 10^{12}$

La force électrique est 10^{12} fois plus grande, en norme, que le poids. Le poids est donc négligeable.

3. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.

4.1. À l'instant initial, la vitesse de l'ion est nulle, son énergie cinétique aussi $E_c(\mathrm{I}) = 0$.

À la sortie de l'accélérateur, l'énergie cinétique de l'ion est $E_c(\mathrm{F})$.

Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$W_{\mathrm{IF}}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{\mathrm{IF}} = Fd$

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que $q = \mathrm{e}$ est positif, $W_{\mathrm{IF}}(\vec{F}) = \mathrm{e}Ed$.

Comme la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{d}$:

$W_{\mathrm{IF}}(\vec{F}) = \mathrm{e}\frac{U}{d}d = \mathrm{e}U$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$E_c(\mathrm{F}) - E_c(\mathrm{I}) = W_{\mathrm{IF}}(\vec{F}) = \mathrm{e}U$ soit $E_c(\mathrm{F}) = \mathrm{e}U$.

Avec $U = 2$ MV, $E_c(\mathrm{F}) = 2$ MeV.

Cette énergie est bien située entre 1,4 et 4 MeV.

4.2. $E_c(\mathrm{F}) = \frac{1}{2}mv_f^2$ d'où $\frac{1}{2}mv_f^2 = \mathrm{e}U$

On obtient :

$$v_f = \sqrt{\frac{2\mathrm{e}U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 2 \times 10^7 \text{ m·s}^{-1}$$

5.1. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi, $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

$q = \mathrm{e}$ et $\vec{E} = E\vec{i}$ donc $\vec{a} = \frac{\mathrm{e}}{m}E\vec{i}$ soit $\vec{a} = \frac{\mathrm{e}U}{md}\vec{i}$.

On en déduit que l'accélération est uniquement dirigée selon l'axe (Ox) : $a_x = \frac{\mathrm{e}U}{md}$

5.2. $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ et $\vec{a} = \frac{\mathrm{e}U}{md}\vec{i}$

Il vient, en projection sur $\vec{i}$: $\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{e}U}{md}$

La primitive est $v_x(t) = \frac{\mathrm{e}U}{md}t + C_1$, avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{\mathrm{e}U}{md}t$. Cela s'écrit aussi $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{e}U}{md}t$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{e}U}{md}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :

$x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{e}U}{md}t^2$.

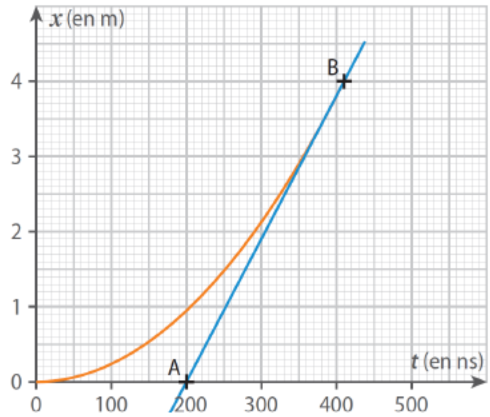
On peut trouver la vitesse finale atteinte en cherchant la vitesse atteinte lorsque $x(t_f) = d$.

Dans ce cas : $\frac{1}{2}\frac{\mathrm{e}U}{md}t_f^2 = d$ soit $t_f = d\sqrt{\frac{2m}{\mathrm{e}U}}$

En remplaçant cette expression dans l'expression de la vitesse, on obtient : $v_f = v_x(t_f) = \frac{\mathrm{e}U}{md}t_f$ soit $v_f = \sqrt{\frac{2\mathrm{e}U}{m}}$

On retrouve l'expression (et donc la valeur) du 4.2.

5.3.



Le graphique montre la distance x parcourue par l'ion en fonction du temps t.

La vitesse est la dérivée par rapport à t de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel). Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré. Cette pente passe par deux points mesurables aisément :

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{4{,}0 - 0}{410 \times 10^{-9} - 200 \times 10^{-9}} = 1{,}9 \times 10^7 \text{ m·s}^{-1}$$

On retrouve la valeur calculée, à la précision de la mesure près.

6. L'intensité est : $I = \frac{Q}{\Delta t}$ d'où $Q = I\Delta t$

Comme la charge apportée est la charge des N protons émis : $Nq = Q$ soit $N = \frac{I\Delta t}{q}$

Application numérique pour une minute de fonctionnement :

$$N = \frac{50 \times 10^{-9} \times 1 \times 60}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 1{,}9 \times 10^{13}$$

Soit une quantité de matière de protons :

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{1{,}9 \times 10^{13}}{6{,}02 \times 10^{23}} = 3{,}2 \times 10^{-11} \text{ mol}$$

55 1. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$. Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, cela donne $m\vec{a} = m\vec{g}$. Ainsi, $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

D'où : $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

2. Sachant que $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases} \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0 \\ \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -g \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{OM}}{\mathrm{d}t}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0 \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -gt \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à $x = 0$ et $y = h$), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$

En isolant t : $t = \dfrac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire :

$$y(t) = -\frac{g}{2{v_0}^2}x^2 + h$$

3. Déterminons la portée du tir. Pour cela, cherchons la solution correspondant à $y = 0$:

$$y(x) = -\frac{g}{2{v_0}^2}x^2 + h = 0$$

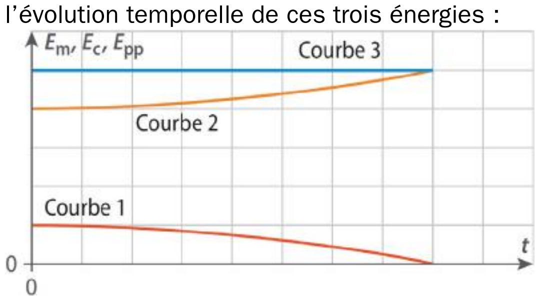
On obtient $x^2 = \dfrac{2{v_0}^2 h}{g}$. Comme le x cherché est positif : $x = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 21{,}0 \times \sqrt{\dfrac{2 \times 3{,}50}{9{,}81}} = 17{,}7$ m

x est inférieur à 18 m. Le ballon touche le sol avant la ligne de fond.

4.1. Les expressions des énergies cinétique E_c, potentielle de pesanteur E_{pp} et mécanique E_m du ballon en un point quelconque de la trajectoire sont :

$E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$ $\qquad E_{pp} = mgy$ $\qquad E_m = E_c + E_{pp}$

4.2. Le graphique de la figure suivante représente l'évolution temporelle de ces trois énergies :



L'énergie mécanique du système est conservée, car le système ne subit que son poids (qui est une force conservative). E_m correspond donc à la courbe 3.

Le ballon part d'une altitude élevée (3,50 m) pour arrivé au sol. Son énergie potentielle de pesanteur va donc diminuer au cours du mouvement. E_{pp} correspond à la courbe 1.

La vitesse de la balle va augmenter en arrvant au sol. E_c correspond donc à la courbe 2.

4.3. L'énergie mécanique est conservée entre le point de départ et d'arrivée : $E_m(\text{I}) = E_m(\text{F})$

Soit $\dfrac{1}{2}m{v_0}^2 + mgh = \dfrac{1}{2}m{v_{sol}}^2$

En simplifiant les m de chaque côté de l'égalité, on obtient : $\dfrac{1}{2}{v_0}^2 + gh = \dfrac{1}{2}{v_{sol}}^2$

d'où l'on déduit $v_{sol} = \sqrt{{v_0}^2 + 2gh}$

Application numérique :

$v_{sol} = \sqrt{21{,}0^2 + 2 \times 9{,}81 \times 3{,}50} = 22{,}6$ m·s^{-1}

5. Au cours du mouvement, nous avons considéré que le poids agissait seule sur le ballon.
Or des forces de frottement de l'air agissent.
Ainsi l'énergie mécanique n'est pas constante et va diminuer légèrement au cours du mouvement.
L'énergie cinétique finale sera donc moins élevée que prévu et la vitesse au sol fera de même.

6. La réception se fera lorsque $y = h' = 80$ cm

Or $y(x) = -\dfrac{g}{2{v_0}^2}x^2 + h$

Ainsi, on peut déterminer l'abscisse x_r du ballon au moment de la réception : $h' = -\dfrac{g}{2{v_0}^2}{x_r}^2 + h$

Soit $x_r = v_0\sqrt{\dfrac{2(h-h')}{g}} = 21{,}0 \times \sqrt{\dfrac{2 \times (3{,}50 - 0{,}80)}{9{,}81}}$

$x_r = 15{,}6$ m

Cette intersection se fera à l'instant t_r :

$t_r = \dfrac{x_r}{v_0} = \dfrac{15{,}6}{21{,}0} = 0{,}74$ s

Le défenseur devra donc parcourir une distance $d = L - x_r$ en une durée t_r.

Sa vitesse moyenne devra être : $v_{moyenne} = \dfrac{L - x_r}{t_r}$

Application numérique :

$v_{moyenne} = \dfrac{18{,}0 - 15{,}6}{0{,}74} = 3{,}2$ m·s^{-1}

Cette vitesse semble réaliste pour un athlète de haut niveau.