Grandeurs, mesures et incertitudes

« *La multitude qui ne se réduit pas à l'unité est confusion* » **Blaise Pascal**, Pensées

1- Comment rédiger en physique-chimie ?

Une rédaction **rigoureuse** est essentielle en physique-chimie. Elle permet de montrer la logique du raisonnement, de communiquer avec clarté, et d'éviter les erreurs de calcul ou d'unité. Voici les étapes à suivre dans l'ordre :

A. Écrire les relations littérales utiles

Commencer par écrire les **relations physiques ou chimiques** pertinentes, sous **forme littérale** (avec les lettres des grandeurs). Les transformer ou combiner si besoin pour isoler la grandeur que l'on cherche.

🔢 Application 1 :

1) Isoler b puis c dans l'équation $f + \frac{a+b}{c} = d - e$

2) Isoler e dans l'équation $b^2 + a = (d-e)^2$ pour $d > e$

3) Soit l'équation $\frac{{x_{eq}}^2}{n - x_{eq}} = K$ Trouver l'expression de x_{eq} en fonction de n et K

B. Vérifier les conditions de validité des relations

Vérifier et mentionner, si nécessaire, les **conditions de validité des relations** utilisées. Par exemple, s'assurer que le référentiel est galiléen pour appliquer les lois de la mécanique, ou que la concentration reste inférieure à la limite de validité pour utiliser la loi de Beer-Lambert, etc.

C. Identifier les données connues et leurs unités

Identifier toutes les valeurs numériques données dans l'énoncé, avec leur unité (et l'incertitude si elle est précisée). Vérifier que les unités sont **cohérentes**. Si nécessaire, les convertir dans le Système international d'unités (SI).

⚠️ Remarque importante : **cohérence des unités avec les constantes**

Lorsque des constantes sont fournies dans un énoncé avec leur unité (ex. : constante gravitationnelle, constante d'atténuation molaire, etc.), **il est impératif d'adapter les unités des données** à celles attendues par la constante, avant toute application de la formule.

🌍 Application 2 : Quelle est la force gravitationnelle exercée par la Terre sur une balle de tennis de masse 59,4 g, en utilisant la loi de la gravitation universelle.

Données :

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$

Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{21}$ tonnes

Rayon de la Terre : $R_T = 6371$ km

D. Remplacer les lettres (grandeurs) par les valeurs

Insérer les valeurs numériques dans l'expression littérale, puis effectuer le calcul. Respecter le bon nombre de chiffres significatifs selon la précision des données.

E. Présenter le résultat final

- En notation scientifique si la valeur est très grande ou très petite ;
- Avec l'unité adaptée,
- Avec le bon nombre de chiffres significatifs,
- Et, si possible, avec l'incertitude associée.

📌 **Remarque de forme importante** :

Aucune ligne ne doit **commencer ou se terminer** par un nombre seul.

Exception : si une grandeur est sans unité (par exemple un rapport de masses, ou une proportion), la ligne peut se terminer par un nombre.

🏃 Application 3 : L'énergie cinétique d'une balle de tennis de 59,4 g est de 225 mJ. Quelle est la valeur de sa vitesse ?

2- Les unités du système international et homogénéité des équations

A. *Les unités du système international*

En physique-chimie, on utilise souvent les unités du **Système international**. (S.I.)

Quelques unités du système international :

- Distance : metre (m)
- Temps : seconde (s)
- Masse : kilogramme (kg) (et pas g !)
- Volume : m^3 (pas litre !)
- Force : Newton (N)
- Pression : Pascal (Pa)
- Température : Kelvin (K)
- Quantité de matière : mole (mol)
- Energie : Joule (J)
- Puissance : Watt (W) etc…

🧠 **Astuce** : On garde les unités du S.I. par défaut. Mais si toutes les grandeurs sont dans les mêmes unités, et qu'elles se simplifient entre elles, pas besoin de convertir ! Ce qui compte : rester **homogène**.

🧪 Application 4 : Titrage de chlorure de sodium par de nitrate d'argent (bac 2025 métropole)

On prélève un volume V_1 = 10 mL de chlorure de sodium ($Na^+_{(aq)}$, $Cl^-_{(aq)}$) que l'on introduit dans un bécher. Cette solution est titrée à l'aide d'une solution de nitrate d'argent ($Ag^+_{(aq)}$; $NO_3^-{}_{(aq)}$) de concentration $C_2 = 3{,}00 \times 10^{-3}$ mol. L^{-1}. Lors du titrage, les ions argent réagissent avec les ions chlorure pour former un précipité de chlorure d'argent $AgCl_{(s)}$. Cette réaction de précipitation est considérée comme totale. Le volume de solution de nitrate d'argent versé à l'équivalence est de V_E = 19 mL.

1) Écrire l'équation de la réaction modélisant la transformation, en précisant le titré et le titrant.
2) Calculer la concentration de la solution de chlorure de sodium.

B. *Homogénéïté des équations*

Avant toute application numérique, il est utile de vérifier l'**homogénéité de l'équation** que l'on s'apprête à utiliser. Cela consiste à s'assurer que les deux membres de l'égalité — membre de gauche et membre de droite — possèdent la **même unité**. Une relation non homogène est nécessairement **incorrecte.**

Analogie : une relation non homogène c'est comme dire des pommes 🍎 sont égales à des poires 🍐 : ça n'a aucun sens.

⚙️ Application 5 : Vérifier l'homogénéité des équations suivantes :

1) $n = \rho \cdot V + m$ avec n la quantité de matière, ρ masse volumique et V le volume
2) $\frac{m \times g}{S}$ = Pression avec m la masse, g l'intensité de pensateur et S une surface.

3- Les chiffres significatifs

Les chiffres significatifs d'un nombre sont les chiffres présents dans son écriture en notation scientifique, c'est-à-dire sous la forme : $\mathbf{a} \times 10^{n}$.

👉 **Rappel important** :Les **zéros situés à droite** d'un chiffre significatif **sont eux-mêmes significatifs**.

Ils doivent être pris en compte dans le dénombrement des chiffres significatifs et conservés lors d'un changement d'unité.

🔢 Application 6: Donner le nombre de chiffres significatifs des valeurs mesurées suivantes :

① 0,48 s ② 51,40 g

Le résultat d'un calcul doit être exprimé en tenant compte de la **précision des données utilisées**. Pour cela, suivez les étapes suivantes :

1. **Repérer** le nombre de **chiffres significatifs** ou de **décimales** de chaque donnée.
2. **Effectuer le calcul** normalement.
3. **Adapter l'écriture du résultat selon le type d'opération** :

👉 En **addition ou soustraction** : le résultat **ne doit pas comporter plus de décimales** que la donnée qui en a le **moins**.

👉 En **multiplication ou division** : le résultat **ne doit pas comporter plus de chiffres significatifs** que la donnée qui en a le **moins**.

✏️ Exemple 1 :

$$12{,}345 + 6{,}7 = 19{,}045 \quad \text{(résultat brut)}$$

Le nombre 6,7 n'a qu'une seule décimale → Résultat à **1 décimale** : $\boxed{19{,}0}$

✏️ Exemple 2 :

$$25 \div 6{,}00 = 4{,}16666\ldots \quad \text{(résultat brut)}$$

25 → 2 chiffres significatifs. Et 6,00 → 3 chiffres significatifs

👉 Résultat à 2 chiffres significatifs : $\boxed{4{,}2}$

⚠️ Précisions

- Les **valeurs exactes** (comme 2 dans un calcul de diametre égale à "2 × rayon") n'ont **pas de limite de précision** → elles ne limitent pas les chiffres significatifs.
- Lorsque l'on effectue un calcul **en plusieurs étapes**, il faut **garder plus de chiffres pendant les étapes intermédiaires** et **arrondir à la fin**.

4- Incertitude

La **valeur réelle ou exacte** d'une grandeur n'est jamais directement mesurable.

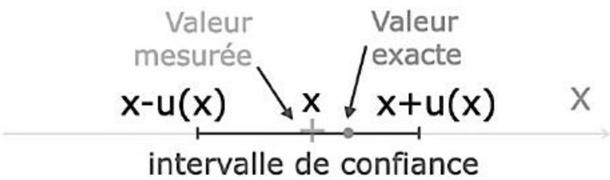
Les mesures ou calculs que nous effectuons ne donnent qu'une **valeur approchée** de cette valeur réelle.

Autrement dit, nous n'avons accès qu'à une approximation de la valeur vraie.

👉 On peut donc au mieux **délimiter un intervalle** dans lequel cette valeur vraie est susceptible de se trouver.

✏️ **Notations**

- On note X la grandeur mesurée ou calculée
- On note x la valeur obtenue (mesurée ou calculée)
- On note **u(X) l'incertitude-type** (ou **incertitude**) sur la grandeur X



Cette incertitude permet de définir l'intervalle de confiance : c'est-à-dire l'intervalle dans lequel cette valeur vraie est susceptible de se trouver : $x - u(X) \leq X \leq x + u(X)$

👉 Le résultat s'écrit alors sous la forme : $X = x \pm u(X)$ (unité)

📊 Les trois types d'incertitude :

1. Incertitude de type A (basée sur une série de mesures)
2. Incertitude de type B (liée aux instruments ou à des sources externes)
3. Incertitude composée (combine plusieurs incertitudes)

A. *L'incertitude de type A : par répétitions de mesures*

On effectue **n fois** la même mesure dans les **mêmes conditions**.

Estimation de la valeur : Moyenne de la mesure	Ecart-type expérimentale	Incertitude-type :
$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$	$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ (Numworks : **Écart type échantillon**)	$u(X) = \frac{s}{\sqrt{n}}$

👉 Résultat final : $X = \left(\bar{x} \pm u(X)\right)$ (unité)

💡 Remarque importante :

On ne conserve qu'**un seul chiffre significatif** pour la valeur de l'incertitude, que l'on **arrondit toujours par excès**. Ensuite, on arrondit la valeur mesurée (ou calculée) de manière à ce qu'elle comporte le même nombre de décimales que l'incertitude.

🔧 Exemple :

Supposons qu'on obtienne, après calcul : $X = 12{,}342 \pm 0{,}0831$ (unité de X)

Étape 1 – Arrondir l'incertitude

On garde un seul chiffre significatif pour l'incertitude : $u(X) = 0{,}0831 \Rightarrow \boxed{0{,}09}$

(Arrondi par excès : 0,08 aurait été insuffisant)

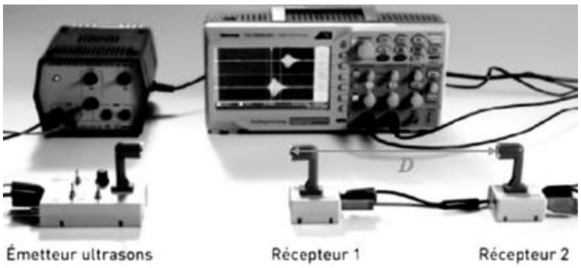
Étape 2 – Arrondir la valeur mesurée

Elle doit avoir le même nombre de décimales que l'incertitude (2 décimales ici) : $X = 12{,}342 \Rightarrow \boxed{12{,}34}$

✅ Résultat final à présenter : $X = 12{,}34 \pm 0{,}09$ (unité de X)

⚙ Application 7 : Mesure de la vitesse de son avec les ultrasons

En utilisant un oscilloscope, un émetteur ultrason et deux récepteurs ultrason, on mesure le temps que l'onde sonore met pour parcourir plusieurs distances D. On en déduit la vitesse de l'onde sonore.
On trouve les valeurs suivantes de la vitesse de l'onde sonore après huit campagnes de mesure :



v_{son} $(m.s^{-1})$	335	333	342	345	337	343	339	341

En déduire l'estimation de la valeur de vitesse de son sous la forme $V_{son} \pm u(V_{son})$

📐 Application 8 : un seul chiffre significatif pour la valeur de l'incertitude et arrondi à l'excès

Présenter correctement les résultats finaux dans chacun des cas suivants, issus de mesures ou de calculs.

① $\bar{L} = 4{,}7213$ cm ; $u(L) = 0{,}213$ cm

② $\bar{V} = 23{,}5678$ mL ; $u(V) = 0{,}0678$ mL

③ $\bar{I} = 12{,}56$ A ; $u(I) = 0{,}567$ A

④ $\bar{c} = 0{,}02235$ $mol.L^{-1}$; $u(c) = 0{,}00446$ $mol.L^{-1}$

B. *L'incertitude de type B : mesure unique*

On utilise une incertitude de type B lorsqu'on effectue une mesure unique. Elle dépend principalement de l'**instrument de mesure utilisé**.

Cas	Formule de l'incertitude-type
Tolérance δ fournie par le constructeur	$u(X) = \frac{\delta}{\sqrt{3}}$ (cette relation sera donnée et n'est pas à apprendre par cœur)
Aucune précision constructeur (instrument gradué)	$u(X) = \frac{\text{1 graduation}}{2}$
Aucune précision constructeur (affichage numérique)	$u(X) = \frac{\text{dernier chiffre affiché}}{2}$

Application 9 : incertitude de type B

Le spectrophotomètre UV-visible ci-contre a une tolérance δ, aussi appelée précision, de 0,002.

On mesure une absorbance de 0,1523 pour un liquide coloré.

① Présenter correctement le résultat final de l'aborbance avec son incertitude.

La température indiquée par ce thermomètre est d'environ θ = 23 ou 24 °C.

② Présenter correctement le résultat final de la température avec son incertitude.

On mesure une tension U = 0,385 V avec le voltmètre ci-contre.

③ Présenter correctement le résultat final de la tension mesurée avec son incertitude.

C. *L'incertitude composée*

Lors d'une activité expérimentale, il est courant de devoir calculer une grandeur à partir de plusieurs mesures, chacune étant associée à une incertitude. L'incertitude sur la grandeur calculée dépend : des incertitudes sur les mesures de départ et de la relation mathématique qui relie ces grandeurs entre elles.

La relation de composition des incertitudes vous sera fournie si nécessaire. Elle varie selon le type d'opération entre les grandeurs mesurées :

Incertitude composée	
Cas d'une addition Y= X1 + X2 ou d'une soustraction Y = X1 - X2	Cas d'une multiplication Y = X1 . X2 ou d'une division $Y = \frac{X_1}{X_2}$
$U(y) = \sqrt{U(x_1)^2 + U(x_2)^2}$	$\frac{U(y)}{y} = \sqrt{\left(\frac{U(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{U(x_2)}{x_2}\right)^2}$

Application 10 : Dissolution de chlorure de sodium

On a prélevé un volume V= 10 mL d'une solution de chlorure de sodium de concentration

C = 0,20 ± 0,01 mol.L^{-1} avec une pipette jaugée. La précision de la pipette jaugée est de u(V) = 0,16 mL à 20°C.

Données : M(Cl) = 23 g.mol^{-1}, M(Na) = 35,5 g.mol^{-1}

1. Quelle est la relation qui relie la masse m, la concentration molaire C et le volume V ?

2. Calculer la masse de chlorure de sodium prélevée et présenter le résultat sous la forme m = valeur + incertitude-type

5- Pratique expérimentale

A. Qualité de mesure. Comment améliorer la précision de mesure ?

Pour évaluer la qualité d'une mesure, on calcule l'incertitude relative $\boxed{\frac{u(X)}{x}}$. Si l'**incertitude relative est inférieure à 1%**, la mesure est considérée de bonne qualité.

Pour améliorer la précision d'une mesure, on peut agir de deux manières complémentaires :

1. Augmenter le nombre de mesures n

Cela permet de réduire l'influence des fluctuations dues aux erreurs aléatoires, ce qui diminue l'incertitude-type :

$$u(X) \propto \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ (plus on répète, plus on affine)}$$

2. Augmenter la valeur x de la grandeur mesurée X

Cela permet de réduire l'incertitude relative : $\frac{u(X)}{x}$ est d'autant plus faible que x est grand (à incertitude u(X) constante).

B. Comparer à une valeur de référence 🎯

Dans certains cas, la grandeur mesurée possède une valeur de **référence** connue avec une grande précision.

On peut alors effectuer une comparaison quantitative entre le résultat obtenu et cette valeur de référence.

🧮 1) Utilisation du **z-score** (ou **qualité de la mesure**)

On calcule le quotient suivant : $\boxed{z = \frac{|X_{mes} - X_{ref}|}{u(X)}}$

- X_{mes} : valeur mesurée
- X_{ref} : valeur de référence
- u(X) : incertitude sur la mesure

👉 Si z < 2 : la mesure est conforme à la valeur de référence

👉 Si z ≥ 2 : la mesure est non conforme, il faut alors analyser les sources d'erreur possibles : protocole mal adapté, erreur d'étalonnage, calibre mal choisi, nombre de mesures insuffisant, etc.

Cela permet de corriger ou améliorer le dispositif ou le protocole expérimental.

📊 2) Calcul de l'**écart relatif** (en %)

Une autre méthode consiste à calculer l'écart relatif : $\boxed{\text{Écart relatif} = \frac{|X_{mes} - X_{ref}|}{X_{ref}} \times 100}$

👉 Si l'écart est **inférieur à 10 %**, la mesure est généralement considérée comme acceptable.

💧 Application 11 : Principe de viscosimètre à chute libre de bille (métropole 2025 Sujet 1)

Lorsqu'on laisse tomber une bille dans une huile de viscosité η, son mouvement devient, après un court instant, rectiligne et uniforme : la bille atteint alors une vitesse limite v. En mesurant cette vitesse limite, on peut déterminer la viscosité de l'huile.

La relation entre la viscosité et la vitesse est donnée par la relation suivante :

$\eta = \alpha \times \frac{4 . \pi . r^3 . g}{v}$ avec α = 3976 kg.m^{-4} constante propre au viscosimètre étudié, r = 0,993 mm le rayon de la bille, g = 9,81 N. kg^{-1} l'intensité de la pesanteur et v = 5,37 mm.s^{-1} la vitesse limite mesurée pour l'huile étudiée.

1) Calculer la viscosité η de l'huile.

2) L'huile étudiée a une viscosité de référence de η_{ref} = 0,093 N.m^{-2}.s et l'incertitude-type sur la valeur de la viscosité η obtenue vaut u(η) = 0,003 N.m^{-2}.s. Déterminer si la valeur obtenue à la question 1 est en accord avec la valeur de référence.